

## Temporale Logik

### Temporallogische Gesetze

#### Gesetze der klassischen Aussagenlogik

**Definition.** Eine Formel (von  $\mathcal{L}_{LTL}$ ) heißt *aussagenlogisch gültig*, wenn sie aus einer Tautologie (von  $\mathcal{L}_{AL}$ ) durch Ersetzung der atomaren Aussagen durch Formeln von  $\mathcal{L}_{LTL}$  entsteht (wobei gleiche atomare Aussagen durch gleiche Formeln ersetzt werden).

**Satz 2.2.1.** Jede aussagenlogisch gültige Formel ist allgemeingültig.

**Definition.**  $A_1, \dots, A_n, B$  seien Formeln ( $n \geq 1$ ).  $B$  folgt *aussagenlogisch* aus  $A_1, \dots, A_n$ , wenn die Formel  $A_1 \wedge \dots \wedge A_n \rightarrow B$  aussagenlogisch gültig ist.

**Satz 2.2.2.** Folgt  $B$  aussagenlogisch aus  $A_1, \dots, A_n$ , so gilt  $A_1, \dots, A_n \models B$  (in LTL).

#### “Temporale” Gesetze

##### Dualitätsgesetze

$$(T1) \quad \neg \circ A \leftrightarrow \circ \neg A$$

$$(T2) \quad \neg \square A \leftrightarrow \diamond \neg A$$

$$(T3) \quad \neg \diamond A \leftrightarrow \square \neg A$$

##### Reflexivitätsgesetze

$$(T4) \quad \square A \rightarrow A$$

$$(T5) \quad A \rightarrow \diamond A$$

##### Gesetze über die “Stärke” der Operatoren

$$(T6) \quad \square A \rightarrow \circ A$$

$$(T7) \quad \circ A \rightarrow \diamond A$$

$$(T8) \quad \square A \rightarrow \diamond A$$

$$(T9) \quad \diamond \square A \rightarrow \square \diamond A$$

##### Idempotenzgesetze

$$(T10) \quad \square \square A \leftrightarrow \square A$$

$$(T11) \quad \diamond \diamond A \leftrightarrow \diamond A$$

##### Kommutativgesetze

$$(T12) \quad \square \circ A \leftrightarrow \circ \square A$$

$$(T13) \quad \diamond \circ A \leftrightarrow \circ \diamond A$$

### Distributivgesetze

$$(T14) \quad \circ(A \rightarrow B) \leftrightarrow \circ A \rightarrow \circ B$$

$$(T15) \quad \circ(A \wedge B) \leftrightarrow \circ A \wedge \circ B$$

$$(T16) \quad \circ(A \vee B) \leftrightarrow \circ A \vee \circ B$$

$$(T17) \quad \square(A \wedge B) \leftrightarrow \square A \wedge \square B$$

$$(T18) \quad \diamond(A \vee B) \leftrightarrow \diamond A \vee \diamond B$$

### Schwache Distributivgesetze

$$(T19) \quad \square(A \rightarrow B) \rightarrow (\square A \rightarrow \square B)$$

$$(T20) \quad \square A \vee \square B \rightarrow \square(A \vee B)$$

$$(T21) \quad (\diamond A \rightarrow \diamond B) \rightarrow \diamond(A \rightarrow B)$$

$$(T22) \quad \diamond(A \wedge B) \rightarrow \diamond A \wedge \diamond B$$

### Fixpunkt-Charakterisierung von $\square$ und $\diamond$

$$(T23) \quad \square A \leftrightarrow A \wedge \circ \square A$$

$$(T24) \quad \diamond A \leftrightarrow A \vee \circ \diamond A$$

### Monotoniegesetze

$$(T25) \quad \square(A \rightarrow B) \rightarrow (\circ A \rightarrow \circ B)$$

$$(T26) \quad \square(A \rightarrow B) \rightarrow (\diamond A \rightarrow \diamond B)$$

### Rahmengesetze

$$(T27) \quad \square A \rightarrow (\circ B \rightarrow \circ(A \wedge B))$$

$$(T28) \quad \square A \rightarrow (\square B \rightarrow \square(A \wedge B))$$

$$(T29) \quad \square A \rightarrow (\diamond B \rightarrow \diamond(A \wedge B))$$

### Temporallogische Generalisierungsgesetze

$$(T30) \quad \square(\square A \rightarrow B) \rightarrow (\square A \rightarrow \square B)$$

$$(T31) \quad \square(A \rightarrow \diamond B) \rightarrow (\diamond A \rightarrow \diamond B)$$