Reihungen

Martin Wirsing

in Zusammenarbeit mit
Michael Barth, Philipp Meier und Gefei Zhang

11/04

Ziele

- Die Datenstruktur der Reihungen verstehen: mathematisch und im Speicher
- Grundlegende Algorithmen auf Reihungen kennenlernen: Suche im untergeordneten und geordneten Feld
- Eindimensionale und mehrdimensionale Reihungen verstehen

Reihungen

- Eine Reihung (auch Feld, Array genannt) ist ein **Tupel von Komponentengliedern gleichen Typs**, auf die über einen Index direkt zugegriffen werden kann.
- Mathematisch kann eine Reihung mit n Komponenten vom Typ `type` als endliche Abbildung

$$I_n \longrightarrow \texttt{type}$$

mit Indexbereich $I_n = \{0, 1, \ldots, n - 1\}$ beschrieben werden.
`n` bezeichnet die Länge der Reihung.

- Da `type` ein beliebiger Typ ist, kann man auch Reihungen als Komponenten haben $\Rightarrow$ **mehrdimensionale Reihungen**.

Reihungen und deren mathematische Darstellung

Beispiel

Ein Reihung `a` der Länge 6 kann folgendermaßen dargestellt werden:

a:	´V´	´E´	´R´	´L´	´A´	´G´
Index:	0	1	2	3	4	5

`a` kann beschrieben werden als die Abbildung

$$\texttt{a} : \{0, \ldots, 5\} \longrightarrow \textbf{char}$$

$$\texttt{a}[i] = \begin{cases} \texttt{´V´} & \text{falls } i = 0 \\ \texttt{´E´} & \text{falls } i = 1 \\ \vdots & \\ \texttt{´G´} & \text{falls } i = 5 \end{cases}$$

Reihungen und deren Speicherdarstellung

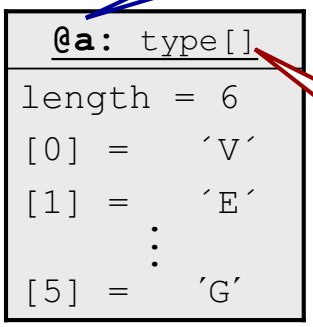
In **Java** wird eine Reihung mit n Elementen vom Typ `type` aufgefasst als ein Zeiger auf einen Verbund (Record) mit den `n+1` Komponenten (Attributen)

```
int   length
type   0
  ⋮
type   (n - 1)
```

Gleicher Typ `type`

Eindeutiger Identifikator (dem Programmierer NICHT bekannt)

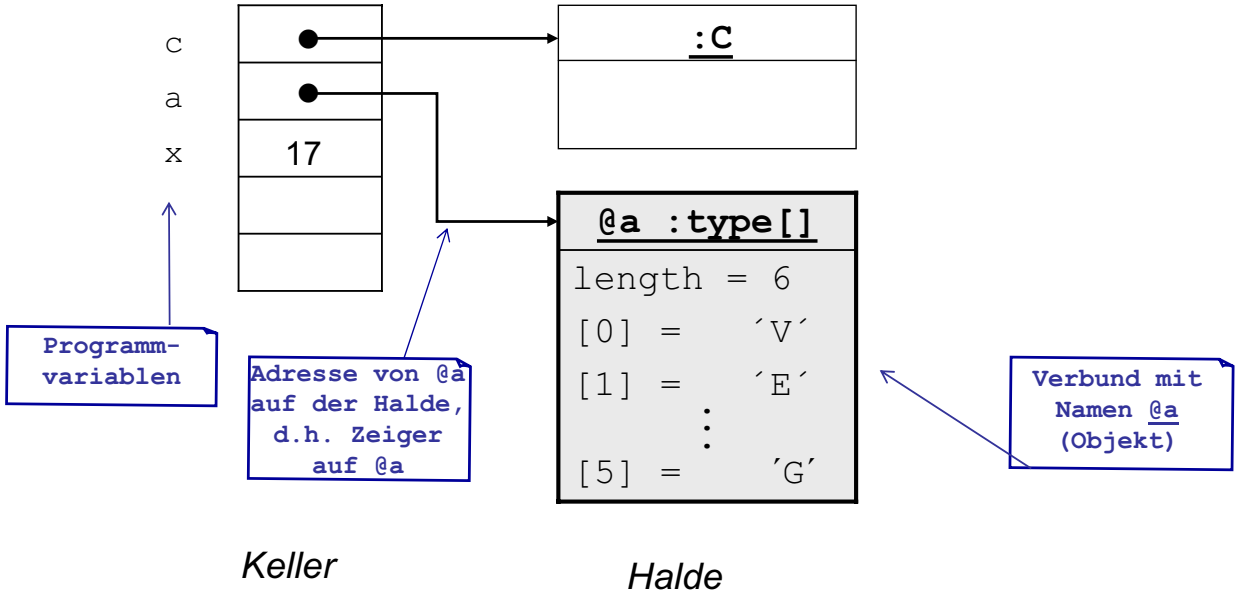
Darstellung des Vektors (in **UML)**



Typ/Klasse der Reihung
Bemerkung: In Java sind Reihungen spezielle Objekte - siehe später -

Reihungen und deren Speicherdarstellung

Die **Speicherorganisation** der Reihung a hat folgende Gestalt



Struktur des Datenspeichers

Der Datenspeicher eines Java-Programms besteht aus zwei Teilen:

- der Keller für die lokalen Variablen und ihre Werte
- die Halde („heap“) für die Reihungen (und die Objekte – siehe später)

Zugriff auf Reihungen

- `a[i]` bezeichnet den Zugriff auf die i-te Komponente der Reihung a

  Beispiel:

  Mit `a[0], a[1],..., a[5]` kann man auf die Komponenten der Beispielreihung `a` zugreifen.

- `a.length` gibt die Länge der Reihung an.

  Im **Beispiel** hat `a.length` den Wert 6 .

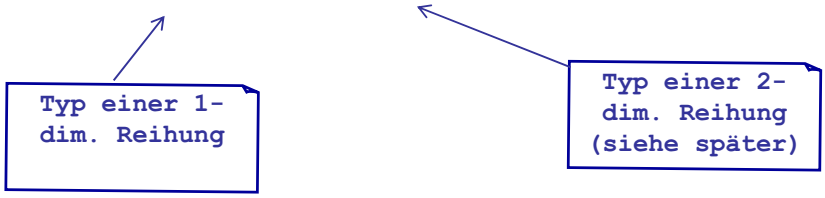
Deklaration von Reihungstypen und -variablen

In Java haben **Reihungstypen** die Form

```
type[]... []
```

Beispiel:

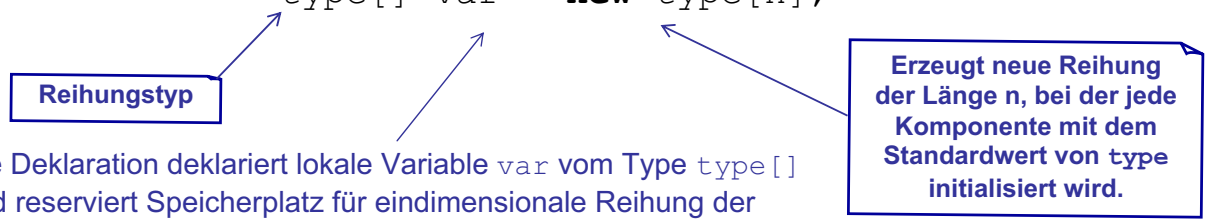
```
int[], int[][], boolean[]
```



Eindimensionale Reihungen

Deklaration einer Reihung mit Elementen vom Typ `type` :

```
type[] var = new type[n];
```



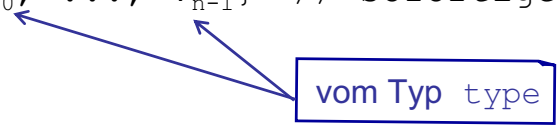
Die Deklaration deklariert lokale Variable `var` vom Type `type[]` und reserviert Speicherplatz für eindimensionale Reihung der Länge `n`

- Durch die Deklaration werden außerdem implizit `n` zusammengesetzte Variablen `var[0],..., var[n-1]` erzeugt, mit denen man auf die Werte der Komponenten von `var` zugreifen und diese Werte verändern kann.
- Standardwert (Defaultwert) von `int` : `0`
  von `double` : `0.0`
  von `boolean` : `false`

Eindimensionale Reihungen: Initialisierung

Sofort Anfangswerte zuweisen („Initialisierung“)

- `type[] var = {`v_0`, ..., `v_{n-1}`}  // sofortige Zuweisung`



! Diese Art der Initialisierung ist aber nur in einer Deklaration zulässig.

- oder Zuweisung an Komponenten:

```
type[] var = new type[n];
var[0] = v0;
  :
  :
var[n-1] = vn-1;
```


Eindimensionale Reihungen: Initialisierung

Beispiel:

```
char[] a = {´V´, ´E´, ´R´, ´L´, ´A´, ´G´}
```

Typ von `a` ist **`char[]`**, d.h. der Typ einer einstufigen Reihung mit Elementen aus char.

- Man kann die Reihung initialisieren durch Einzelzuweisungen der Werte:

```
char[] a = new char[6];
a[0] = ´V´ ;        a[3] = ´L´;
a[1] = ´E´;         a[4] = ´A´;
a[2] = ´R´;         a[5] = ´G´;
```

Eindimensionale Reihungen

- Man kann beliebige einzelne Buchstaben ändern:

```
a[3] = 'R';
a[5] = 'T';
```

- Das ergibt `'V' 'E' 'R' 'R' 'A' 'T'` als neuen Wert der Reihung. Außerdem hat `a[3]` nun den Wert `'R'`.

Direkte Zuweisung

```
char[] c = {'L','M','U'};
a = c;
```

Bemerkung: Da in Java die Länge der Reihung aber nicht Bestandteil des Typs ist, kann einer Feldvariablen eine Reihung mit einer anderen als der initial angegebenen Länge zugewiesen werden.

Reihungen und `for`-Schleifen

- Die Länge einer Reihung steht in dem Attribut `length`

```
int[] myArray = new int [x*x+1];
int länge = myArray.length
```

- for-Schleifen eignen sich gut um Reihungen zu durchlaufen

```
for (int k=1; k<länge; k++)
{  myArray[k] = myArray[k-1] + myArray[k]
}
```

schreiben lesen

- Typische Suche nach einem Element in einer Reihung - mit vorzeitigem Verlassen:

```
int k=0; int element = 6;
while (k<länge && myArray[k]!= element) k++;
gefunden = (k<länge);
```


Suche nach dem Index eines minimalen Elements einer Reihung

Gegeben sei folgendes Feld:

3	-1	15	1	-1

Algorithmus:

- Bezeichne *minIndex* den Index des kleinsten Elements
- Initialisierung *minIndex = 0*
- Durchlaufe die ganze Reihung. In jedem Schritt *i* vergleiche den Wert von *minIndex* (d.h. `a[minIndex]`) mit dem Wert des aktuellen Elements (d.h. `a[i]`). Falls `a[i] < a[minIndex]` setze *minIndex = i*

Suche nach dem Index eines minimalen Elements einer Reihung

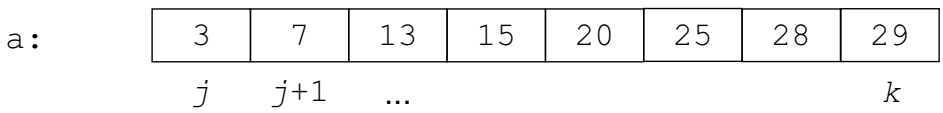
Java Implementierung

Sei die Reihung `int[] a` gegeben.

```
int minIndex = 0;
for (int i = 1; i < a.length; i++) // Optimierung, da
                                   // a[0] < a[0] falsch ist
{
    if (a[i] < a[minIndex])
        minIndex = i;
}
int minElem = a[minIndex];     // minElem ist der Wert
                               // des kleinsten Elements;
                               // minIndex ist der am weitesten links
                               // stehende Index
                               // eines kleinsten Elements
```


Binäre Suche eines Elements *e* in einer geordneten Reihung

Sei *a* ein geordnete Reihung mit den Grenzen *j* und *k*, d.h. $a[i] \leq a[i+1]$ für $i=j,...,k$; also z.B.:



Algorithmus:

Um den Wert *e* in *a* zu suchen, teilt man die Reihung in der Mitte und vergleicht *e* mit dem Element in der Mitte:

- Ist $e < a[mid]$, so sucht man weiter im linken Teil $a[j],..., a[mid-1]$.
- Ist $e = a[mid]$, hat man das Element gefunden.
- Ist $e > a[mid]$, so sucht man weiter im rechten Teil $a[mid+1],..., a[k]$.

Binäre Suche eines Elements *e* in einer geordneten Reihung

Implementierung in Java: Sei **int** e das Element, das in der Reihung **int**[] a gesucht wird.

```
int j = 0;                          //linke Grenze
int k = a.length-1;                 //rechte Grenze
int mid;                            //Index der Mitte
boolean found = false;
while (j <= k & !found)       //solange Reihung nicht leer und e nicht gefunden
{       mid = (j + k) / 2;          //Berechnung der Mitte
        if (e < a[mid])             //falls e kleiner als das mittl. Element
        k= mid - 1;                 //setze rechte Grenze unterhalb die Mitte
        else                        //sonst
        {  if (e = a[mid])          //falls e gleich mittl. Element
                found = true;       // e ist in a gefunden
           else                     //sonst
                j = mid + 1;        //setze linke Grenze oberhalb die mitte
        }
}
boolean result = found;             //e gefunden genau dann, wenn found == true
```


Mehrdimensionale Reihungen

- Matrizen sind mehrdimensionale Reihungen
- Man benutzt Matrizen zur Speicherung und Bearbeitung von
  - Bildern
  - Operationstabellen
  - Wetterdaten
  - Graphen
  - Distanztabellen
  - ...
- Deklaration
  - `int [][] greyMonaLisa;`
  - `boolean[][] xorTabelle`
- Deklaration mit Erzeugung
  - `int[][]entfernung = new int[4][4];`

Mehrdimensionale Reihungen

- Deklaration mit Initialisierung
  - `boolean[][] xorTabelle = {{false, true}, {true, false}};`
  - ```
    int[][]entfernung = {{  0, 213, 419, 882}
                         {213,   0, 617, 720},
                         {419, 617,   0, 521},
                         {882, 720, 521,   0}};
    ```


Mehrdimensionale Reihungen

Allgemein

`type[]...[] var = new type[`n_1`]...[`n_i`][]...[]` $(i > 0)$

deklariert eine Variable `var` vom Typ `type[]...[]`, reserviert Speicherplatz für ein mehrstufiges Feld.

- Mindestens die Länge n_1 des ersten Indexbereiches muß angegeben werden.

Initialisierung:

`type[][] var = {`f_0`, ..., `f_{n_1-1}`};`

Reihungen von Werten vom Typ `type[]`

Eine mehrdim. Reihung ist eine Reihung von Reihungen

- Dabei können die Längen von $f_0, \ldots, f_{n_1-1}$ unterschiedlich sein.
- Analog für höherdimensionale Reihungen.
    ```

Mehrdimensionale Reihungen

Ausdrücke

- Zusammengesetzte Variablen

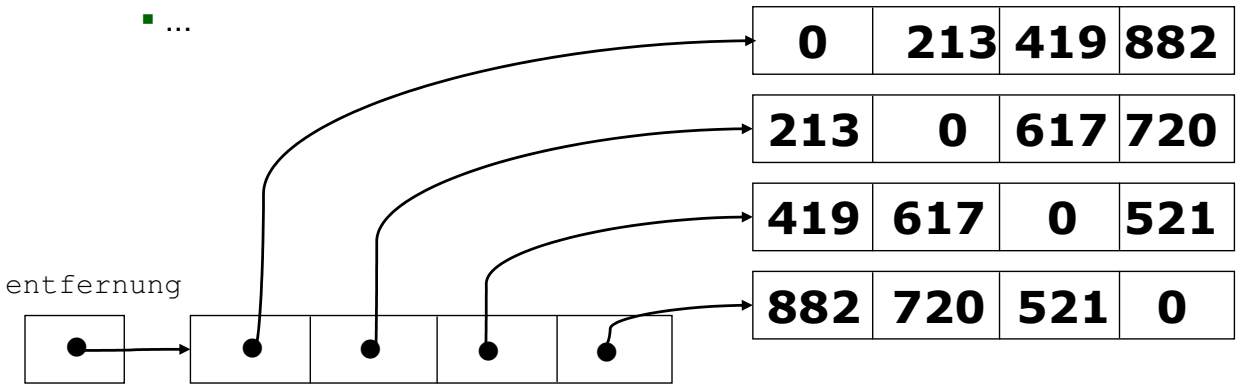
  `var[i1]...[in]`

- Initialisierungsausdrücke der Form

  `new` `type[n1]...[ni][]...[]` bzw. `{v0,...vn1-1}`

Mehrdimensionale Reihungen - gibt's gar nicht!

- Mehrdimensionale Reihungen braucht man **eigentlich** nicht
  - Eine zweidimensionale Reihung ist eine Reihung von Zeilen
  - Eine dreidimensionale Reihung ist eine Reihung von zweidimensionalen Reihungen
  - ...



Mehrdimensionale Reihungen

Beispiel: Tastentelefon

Ein Tastentelefon besteht aus 4 Zeilen und 3 Spalten:

	0	1	2
3	1	2	3
2	4	5	6
1	7	8	9
0	*	0	#

```
char[][] tastenwert = { {´*´, ´0´, ´#´ },
                        {´7´, ´8´, ´9´ },
                        {´4´, ´5´, ´6´ },
                        {´1´, ´2´, ´3´ } };
z.B.
        tastenwert[3][0] = ´1´
        tastenwert[0][2] = ´#´
```


Reihungen: Krumm und schief

- Die Dimension einer Reihung ist nicht Teil ihres Typs
  - Folglich können verschieden große Reihungen den gleichen Typ haben

```
int [] alt = new int[3];
int [] neu = new int[17];
alt = neu;                  // das ist in Java möglich!
```

- Eine Matrix kann verschieden lange Zeilen haben
  -

```
int[][] pascalDreieck = {       {1},
                              {1, 1},
                            {1, 2 , 1},
                          {1, 3 , 3 , 1},
                        {1, 4 , 6  , 4 , 1}
                                                };
```

- Wie durchläuft man krumme Reihungen?
  - Die innere for-Schleife muss die Länge der zu durchlaufenden Zeilen selber bestimmen
  - Das geht mittels des `length`-Attributs

Reihungen: Krumm und schief

- Durchlauf durch `schiefArray`

```
for(int zeile=0; zeile < schiefArray.length; zeile++)
  for(int spalte=0; spalte < schiefArray[zeile].length; spalte++)
    tuWasSinnvollesMit schiefArray[zeile][spalte];
```

- **Beispiel** Pascal-Dreieck

```
for(int zeile=0; zeile < pascalDreieck.length; zeile++)
  {  pascalDreieck[zeile][0] = 1; pascalDreieck[zeile][zeile]= 1;
     for(int spalte=1; spalte < pascalDreieck[zeile].length-1; spalte++)
     pascalDreieck[zeile][spalte] =
   pascalDreieck[zeile-1][spalte-1] + pascalDreieck[zeile-1][spalte];
```


Zusammenfassung

- Reihungen sind mathematisch gesehen endliche Abbildungen von einem Indexbereich auf einen Elementbereich.
- Im Speicher werden Reihungen repräsentiert als Zeiger auf Vektoren (vgl. später Objekte)
- Klassische Suchalgorithmen sind
  - die binäre Suche in einer geordneten Reihung und
  - die Suche nach dem Index mit dem kleinsten Element in einer ungeordneten Reihung.