....	....	....
Name	Vorname	Matrikelnummer
....	....	....
Hauptfach	Nebenfach	Universität/Geburtsdatum (falls nicht Stud. der LMU)

Ludwig-Maximilians-Universität München WS 2004/2005

Klausur

Institut für Informatik 10.2.2005

$18^{\underline{00}}$ – $20^{\underline{00}}$ Uhr

Prof. Dr. F. Kröger, M. Hammer, A. Rauschmayer, J. Zappe

Temporale Logik und Zustandssysteme

Aufgabe 1 **Herleitungen** (10 Punkte)

Geben Sie Herleitungen für die folgenden temporallogischen Gesetze an. Sie dürfen in beiden Teilaufgaben ausschließlich die Axiome und Regeln des jeweiligen formalen Systems $\Sigma^{\mathrm{p}}_{\mathrm{LTL}}$ bzw. $\Sigma^{\mathrm{i}}_{\mathrm{LTL}}$ sowie die Regel (prop) verwenden.

a) $\boxminus A \to \ominus A$

b) $\neg\textsf{\textbf{init}} \to A \vdash \circ\Box A$

Aufgabe 2 **Allgemeingültigkeit** (10 Punkte)

Entscheiden Sie, ob die folgenden Formeln aus $\mathcal{L}^{\mathrm{p}}_{\mathrm{LTL}}$ bzw. aus $\mathcal{L}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{LTL}}$ allgemeingültig sind. Beweisen Sie Ihre Antworten.

a) $\boxminus\circ(A \leftrightarrow \ominus\neg A) \to \boxminus(A \leftrightarrow \circ\neg A)$

b) $(\Diamond A \to B) \to B \text{ \textbf{unless} } A$

Aufgabe 3 **Warteschlange** (20 Punkte)

Gegeben seien die Sorten $QUEUE$ und NAT, die Funktionszeichen enq und deq sowie die Prädikatszeichen in und $\mathsf{isempty}$ mit folgenden intuitiven Bedeutungen. Die Elemente (der Interpretation von) $QUEUE$ sind endliche Folgen von natürlichen Zahlen mit den für "Schlangen" üblichen Operationen enq und deq sowie dem Prädikat $\mathsf{isempty}$:

- $\mathsf{enq}(q, n)$ ist die Schlange, die entsteht, wenn man die natürliche Zahl n an die Schlange q hinten anfügt.
- $\mathsf{deq}(q)$ ist die Schlange, die entsteht, wenn man das vorderste Element von q entfernt, falls q nicht leer ist, und die leere Schlange sonst.
- $\mathsf{isempty}(q)$ ist wahr genau dann, wenn q die leere Schlange ist.

Die Bedeutung von in ist:

- $\mathsf{in}(n, q)$ ist wahr genau dann, wenn n in q enthalten ist.

Weiter seien N eine Konstante und x eine Variable der Sorte NAT.

Sei Π das folgende PAR-Programm (mit durch vorstehende Angaben informell beschriebener Signatur SIG_Π und Struktur S_Π):

$$
\begin{array}{l}
\Pi \equiv \textbf{var } q : QUEUE;\ n : NAT \\
\qquad \textbf{start } \mathsf{isempty}(q) \wedge n > N \\
\qquad \textbf{cobegin loop } \alpha_0 : q := \mathsf{enq}(q, n); \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \alpha_1 : n := n + 1 \\
\qquad\qquad\qquad \textbf{endloop} \\
\qquad\qquad\qquad \| \\
\qquad\qquad\qquad \textbf{loop } \beta : \textbf{await } \neg\mathsf{isempty}(q) \textbf{ then } q := \mathsf{deq}(q) \\
\qquad\qquad\qquad \textbf{endloop} \\
\qquad \textbf{coend}
\end{array}
$$

a) Beweisen Sie durch Angabe einer Herleitung: $\mathcal{A}_\Pi \vdash \Box(n > N)$.

b) Beweisen Sie durch Angabe einer Herleitung: $\mathcal{A}_\Pi \vdash \Box(\mathsf{in}(x, q) \rightarrow x > N)$.

c) Geben Sie eine Formel aus $\mathcal{L}_{\mathrm{T}\Pi}$ an, die besagt, dass jedes Element, das in der Schlange enthalten ist, irgendwann „ganz vorne steht“.

d) Die Bildung der Zustandsmenge Z des durch Π beschriebenen rfSTS Π ist auf Seite 66 des Skriptums beschrieben. Geben Sie die Transitionsrelation $T \subseteq Z \times Z$ von Π an.

Hinweis: Für die Herleitungen sind insbesondere folgende (data)-Axiome nützlich:

(H1) $\mathsf{isempty}(q) \rightarrow \neg\mathsf{in}(x, q)$

(H2) $\mathsf{in}(x, \mathsf{enq}(n, q)) \leftrightarrow x = n \vee \mathsf{in}(x, q)$

(H3) $\mathsf{in}(x, \mathsf{deq}(q)) \rightarrow \mathsf{in}(x, q)$

Viel Erfolg!