

..... Name	..... Vorname	..... Matrikelnummer
..... Hauptfach	..... Nebenfach	..... Universität/Geburtsdatum (falls nicht Stud. der LMU)

**Ludwig-Maximilians-Universität München**  
**Institut für Informatik**  
 Prof. Dr. F. Kröger, M. Hammer, A. Rauschmayer, J. Zappe

WS 2004/2005  
 Probeklausur

## Temporale Logik und Zustandssysteme

**Aufgabe 1** **Semantik** (10 Punkte)

Zeigen oder widerlegen Sie, dass die folgenden Formeln allgemeingültig sind; dabei seien  $A$ ,  $B$  und  $C$  beliebige Formeln aus  $\mathcal{L}_{LTL}^b$ :

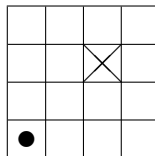
- a)  $A \text{ unless } B \wedge B \text{ unless } C \rightarrow A \text{ unless } C$   
 b)  $(\Box \Diamond A \rightarrow \Box \Diamond B) \leftrightarrow \Diamond \Box (A \rightarrow \Diamond B)$

**Aufgabe 2** **Herleitungen** (10 Punkte)

Geben Sie Herleitungen für die folgenden Gesetze an. Außer den Axiomen und Regeln von  $\Sigma_{LTL}^P$  dürfen noch die Regel (prop) sowie (P6) und (T23) verwendet werden.

- a)  $\circ A \rightarrow A \vdash \Diamond A \rightarrow A$   
 b)  $\vdash \Box A \wedge \exists A \leftrightarrow \exists \Box A$

**Aufgabe 3** **Modellierung** (20 Punkte)



Auf dem obigen Bild ist ein  $4 \times 4$ -Spielbrett zu sehen. Auf dem Spielbrett steht eine Figur. Sie kann sich auf dem Spielbrett bewegen, wobei sie folgenden Regeln unterliegt:

1. am Anfang steht sie, wie auf dem Bild, in der linken unteren Ecke
2. in jedem Schritt bewegt sie sich jeweils um ein Feld entweder nach oben, nach unten, nach rechts oder nach links
3. das Feld mit dem Kreuz darf sie nicht betreten
4. sie darf das Spielbrett nicht verlassen (also ist in der oben abgebildeten Anfangsposition z.B. kein Schritt nach links oder nach unten erlaubt)
5. wenn es möglich ist, muss sie jeweils ein Feld betreten, auf dem sie vorher noch nie war

Dieses Spiel soll durch ein rSTS  $\Gamma$  formal dargestellt werden.

- a) Geben Sie für  $\Gamma = (X, V, Z, T, start)$  die Signatur  $SIG$ , die Struktur  $S$ , die Mengen  $X, V$  und die Formel  $start$  an. ( $Z$  und  $T$  müssen nicht explizit angegeben werden.)
- b) Beschreiben Sie die möglichen Zustände und Transitionen von  $\Gamma$  durch temporale Axiome.
- c) Geben Sie eine temporallogische Formel  $F$  an, die besagt, dass die Figur, ausgehend von ihrer Anfangsposition, irgendwann die rechte obere Ecke des Spielbrettes betritt.
- d) Gibt es einen Ablauf von  $\Gamma$ , in dem die Figur nie die rechte obere Ecke betritt? Begründen Sie Ihre Antwort.