

## Übungen zu Informatik I

**Aufgabe 1-1** **Wechselgeld** (keine Abgabe)

Ein Student kauft eine Fahrkarte für  $n$  Euro ( $n \in \mathbb{N}$ ,  $1 \leq n \leq 5$ ) an einem Automaten und bezahlt mit einem 5-Euro-Schein. Geben Sie einen Algorithmus an, der zum Betrag  $n$  das zurückzugebende Wechselgeld bestimmt. Der Automat gibt nur 1-Euro- und 2-Euro-Münzen als Wechselgeld zurück. Dabei soll eine möglichst geringe Anzahl an Münzen zurückgegeben werden.

**Aufgabe 1-2** **Einkommensteuerberechnung** (keine Abgabe)

Die tarifliche Einkommensteuer für das Jahr 2005 wird nach der folgenden Tabelle berechnet. Dabei gilt:

- Das zu versteuernde Einkommen wird bis auf den nächsten vollen Euro-Betrag abgerundet. Zwischenergebnisse werden mit allen Dezimalstellen gerechnet.
- $x$  ist das auf volle Euro abgerundete zu versteuernde Einkommen.
- $y$  ist ein Zehntausendstel des € 7 664 übersteigenden Teils des abgerundeten zu versteuernden Einkommens.
- $z$  ist ein Zehntausendstel des € 12 739 übersteigenden Teils des abgerundeten zu versteuernden Einkommens.
- Der sich ergebende Steuerbetrag wird auf den nächsten vollen Euro-Betrag abgerundet.

Zu versteuerndes Einkommen	Tarifliche Einkommensteuer 2005
bis € 7 664,- (Grundfreibetrag)	0
von € 7 665,- bis € 12 739,-	$(883.74 \cdot y + 1 500) \cdot y$
von € 12 740,- bis € 52 151,-	$(228.74 \cdot z + 2 397) \cdot z + 989$
ab € 52 152,- Euro	$0.42 \cdot x - 7 914$

Geben Sie einen Algorithmus an, der für ein Einkommen  $x$  die tarifliche Einkommensteuer berechnet.

**Aufgabe 1-3** **Implikation** (keine Abgabe)

Die Folgerungsbeziehung für zwei Bedingungen  $x$  und  $y$

Falls  $x$ , dann  $y$

wird formalisiert durch die Implikation

$$\implies : \mathbf{bool} \times \mathbf{bool} \rightarrow \mathbf{bool}$$

mit folgender Wahrheitstafel:

$x$	$y$	$x \implies y$
<i>wahr</i>	<i>wahr</i>	<i>wahr</i>
<i>wahr</i>	<i>falsch</i>	<i>falsch</i>
<i>falsch</i>	<i>wahr</i>	<i>wahr</i>
<i>falsch</i>	<i>falsch</i>	<i>wahr</i>

a) Zeigen Sie mit Hilfe von Wahrheitstabellen, dass die folgenden Gesetze gelten:

$$x \implies y = \neg x \vee y \quad (1)$$

$$\neg x \vee \neg y = \neg(x \wedge y) \quad (\text{De'Morgansche Regel}) \quad (2)$$

$$x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z \quad (3)$$

b) Zeigen Sie durch Umformung, dass die folgenden Gesetze gelten:

$$x \implies (y \implies z) = (x \wedge y) \implies z \quad (4)$$

$$((x \implies y) \wedge (y \implies z)) \implies (x \implies z) = \text{wahr} \quad (5)$$

c) Gegeben sei folgender Text:

Albert ist ein Lügner oder Berta war im Januar in Berlin. Falls Berta im Januar nicht in Berlin war, so sagt Albert die Wahrheit. Also muss Berta im Januar in Berlin gewesen sein.

Formalisieren Sie diesen Text mit den Funktionen  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$  und  $\implies$ , und zeigen Sie, dass er einen wahren Sachverhalt beschreibt.

**Aufgabe 1-4** **Parkgebühren** (2 Punkte)

Ein Parkhaus verlangt, gestaffelt nach Parkdauer, folgende Gebühren:

- 4 Euro für die erste angefangene Stunde
- 2 Euro für die zweite angefangene Stunde und
- 1 Euro für jede weitere Stunde.

Geben Sie einen Algorithmus an, der die zu entrichtende Parkgebühr in Abhängigkeit von der Parkdauer bestimmt. Der Algorithmus soll die Parkdauer  $m \geq 1$  in Minuten als Eingabe erhalten.

*Hinweis:* Die Notation zum Aufrunden einer Zahl  $x$  ist  $\lceil x \rceil$  oder  $\text{ceil}(x)$ .

**Aufgabe 1-5** **Ermäßigung im Kino** (4 Punkte)

Ein Kino eröffnet neu im Monat November; um Besucher anzulocken, einigen sich die Betreiber auf folgendes Rabattschema:

Schwerbehinderte bekommen immer 50 % Rabatt. Studierende bis zu einem Höchstalter von 27 Jahren und Auszubildende, die jünger sind als 23 Jahre, bekommen 30 % Ermäßigung. Personen, die in mehrere dieser Kategorien sind, bekommen den höchsten anwendbaren Rabatt, z.B. erhalten schwerbehinderte Studenten 50 % Ermäßigung. Der Rabatt verdoppelt sich für alle diejenigen, die (wie das Kino auch) im Monat November Geburtstag haben, jedoch nur bis zu einem Maximum von 70 %. Wer im November Geburtstag hat, bekommt aber mindestens 20 % Rabatt.

- a) Geben Sie einen Booleschen Ausdruck an, der in Abhängigkeit von Alter, Geburtsmonat sowie den Eigenschaften, Student, Auszubildender oder schwerbehindert zu sein, bestimmt, ob jemand Ermäßigung bekommt.
- b) Geben Sie einen Algorithmus an, der – gegeben die Eingabedaten aus Teilaufgabe a) – den zu gewährenden Rabatt bestimmt.

**Aufgabe 1-6** **Rechenregeln für Bedingungen** (6 Punkte)

a) Zeigen Sie mit Hilfe von Wahrheitstabellen, dass die folgenden Gesetze gelten:

$$\neg\neg x = x \quad (6)$$

$$\neg x \wedge \neg y = \neg(x \vee y) \quad (\text{De'Morgansche Regel}) \quad (7)$$

$$x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z) \quad (8)$$

b) Zeigen Sie durch Umformung, dass das folgende Gesetz gilt:

$$(x \implies y) \implies z = (\neg x \implies z) \wedge (y \implies z) \quad (9)$$

c) Gegeben sei folgender Text:

Studenten, die bei der Informatik-I-Klausur durchfallen, haben keine Hausaufgaben bearbeitet. Studenten, die die Informatik-I-Klausur bestehen sind glücklich. Daraus folgt, dass Studenten, die die Hausaufgaben bearbeiten, glücklich sind.

Formalisieren Sie diesen Text mit den Funktionen  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$  und  $\implies$ , und zeigen Sie, dass er einen wahren Sachverhalt beschreibt.

**Abgabe:** Montag, 7.11.2005, 8:00 Uhr.

Hinweise zur Abgabe sind ab Mittwoch, 2.11.2005, auf der Vorlesungs-Homepage zu finden.