

## Übungen zu Informatik I (Lösungsvorschlag)

### Aufgabe 5-1

### Unterstrichene Wörter

(keine Abgabe)

a) Mit dem Startsymbol  $\langle \text{UnderWord} \rangle$  beschreibt

$$\begin{aligned}\langle \text{Char} \rangle &= \text{a} \mid \dots \mid \text{z} \mid \text{A} \mid \dots \mid \text{Z} \\ \langle \text{UnderChar} \rangle &= \langle \text{Char} \rangle \langle \text{BS} \rangle \_ \\ \langle \text{UnderWord} \rangle &= \{ \langle \text{UnderChar} \rangle \}^*\end{aligned}$$

das Gewünschte. Die Ableitungsregel für  $\langle \text{UnderWord} \rangle$  kann alternativ auch so geschrieben werden:

$$\langle \text{UnderWord} \rangle = [ \langle \text{UnderChar} \rangle ] \mid \langle \text{UnderChar} \rangle \langle \text{UnderWord} \rangle$$

Es ist nicht möglich eine (BNF) Grammatik anzugeben, die das Problem in der folgenden Art löst:

- Erzeuge das gewünschte Wort.
- Erzeuge die benötigte Anzahl von Rückschritten.
- Erzeuge die benötigte Anzahl von Unterstrichen.

Das liegt (informell gesprochen) daran, dass es für dieses Verfahren nötig wäre, die Anzahl der benötigten Rückschritte zu zählen. Das ist aber mit einer endlichen Menge an Produktionsregeln und ohne „Speicher“ für die Anzahl der erzeugten Zeichen nicht möglich.

b) Mit dem Startsymbol  $\langle \text{AnyWord} \rangle$  beschreibt

$$\langle \text{AnyWord} \rangle = \langle \text{UnderWord} \rangle \mid \{ \text{Char} \}^*$$

die gewünschte Sprache. Die folgende Grammatik (mit Startsymbol  $\langle \text{MixedWord} \rangle$ ) beschreibt die Sprache, in denen unterstrichene und nicht unterstrichene Zeichen abwechseln können:

$$\langle \text{MixedWord} \rangle = \{ \langle \text{Char} \rangle \mid \langle \text{UnderChar} \rangle \}^*$$

c) Eine mögliche Ableitung von SML aus  $\langle \text{AnyWord} \rangle$  ist:

$$\begin{aligned}\langle \text{AnyWord} \rangle &\rightarrow \langle \text{UnderChar} \rangle \langle \text{UnderChar} \rangle \langle \text{UnderChar} \rangle \\ &\rightarrow \langle \text{Char} \rangle \langle \text{BS} \rangle \_ \langle \text{UnderChar} \rangle \langle \text{UnderChar} \rangle \\ &\rightarrow \langle \text{Char} \rangle \langle \text{BS} \rangle \_ \langle \text{Char} \rangle \langle \text{BS} \rangle \_ \langle \text{UnderChar} \rangle \\ &\rightarrow \langle \text{Char} \rangle \langle \text{BS} \rangle \_ \langle \text{Char} \rangle \langle \text{BS} \rangle \_ \langle \text{Char} \rangle \langle \text{BS} \rangle \_ \\ &\rightarrow \text{S} \langle \text{BS} \rangle \_ \langle \text{Char} \rangle \langle \text{BS} \rangle \_ \langle \text{Char} \rangle \langle \text{BS} \rangle \_ \\ &\rightarrow \text{S} \langle \text{BS} \rangle \_ \text{M} \langle \text{BS} \rangle \_ \langle \text{Char} \rangle \langle \text{BS} \rangle \_ \\ &\rightarrow \text{S} \langle \text{BS} \rangle \_ \text{M} \langle \text{BS} \rangle \_ \text{L} \langle \text{BS} \rangle \_ \end{aligned}$$

Eine mögliche Ableitung von SML ist

$$\begin{aligned}\langle \text{AnyWord} \rangle &\rightarrow \langle \text{Char} \rangle \langle \text{Char} \rangle \langle \text{Char} \rangle \\ &\rightarrow \text{S} \langle \text{Char} \rangle \langle \text{Char} \rangle \\ &\rightarrow \text{S M} \langle \text{Char} \rangle \\ &\rightarrow \text{S M L} \end{aligned}$$

**Aufgabe 5-2****Arithmetische Ausdrücke**

(keine Abgabe)

a) Mit dem Startsymbol *Expression* leistet

$$\begin{aligned} \langle Expression \rangle = & \langle Number \rangle \mid \\ & ( \langle Expression \rangle ) \mid \\ & \langle Expression \rangle + \langle Expression \rangle \mid \\ & \langle Expression \rangle * \langle Expression \rangle \end{aligned}$$

das Gewünschte. Dabei ist  $\langle Number \rangle$  das Startsymbol für die natürlichen Zahlen (ohne führenden Nullen):

$$\begin{aligned} \langle Number \rangle &= 0 \mid \langle ZifferOhneNull \rangle \{ \langle Ziffer \rangle \}^* \\ \langle Ziffer \rangle &= 0 \mid \langle ZifferOhneNull \rangle \\ \langle ZifferOhneNull \rangle &= 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9 \end{aligned}$$

b) Eine mögliche Ableitung ist

$$\begin{aligned} &\langle Expression \rangle \\ &\rightarrow \langle Expression \rangle + \langle Expression \rangle \\ &\rightarrow \langle Number \rangle + \langle Expression \rangle \\ &\rightarrow 4\ 2 + \langle Expression \rangle \\ &\rightarrow 4\ 2 + \langle Expression \rangle * \langle Expression \rangle \\ &\rightarrow 4\ 2 + \langle Number \rangle * \langle Expression \rangle \\ &\rightarrow 4\ 2 + 3 * \langle Expression \rangle \\ &\rightarrow 4\ 2 + 3 * \langle Expression \rangle + \langle Expression \rangle \\ &\rightarrow 4\ 2 + 3 * ( \langle Expression \rangle ) + \langle Expression \rangle \\ &\rightarrow 4\ 2 + 3 * ( \langle Expression \rangle + \langle Expression \rangle ) + \langle Expression \rangle \\ &\rightarrow 4\ 2 + 3 * ( \langle Number \rangle + \langle Expression \rangle ) + \langle Expression \rangle \\ &\rightarrow 4\ 2 + 3 * ( 9\ 9 + \langle Expression \rangle ) + \langle Expression \rangle \\ &\rightarrow 4\ 2 + 3 * ( 9\ 9 + \langle Number \rangle ) + \langle Expression \rangle \\ &\rightarrow 4\ 2 + 3 * ( 9\ 9 + 1 ) + \langle Expression \rangle \\ &\rightarrow 4\ 2 + 3 * ( 9\ 9 + 1 ) + \langle Number \rangle \\ &\rightarrow 4\ 2 + 3 * ( 9\ 9 + 1 ) + 2 \end{aligned}$$

**Aufgabe 5-3**

(2 Punkte)

```

fun steuer x =
  let val xfloor = real(floor(x)) in
  if xfloor < 7664.0 then 0
  else if xfloor <= 12739.0 then
    let val y = (xfloor - 7664.0)/10000.0 in
    floor((883.74 * y + 1500.0) * y)
    end
  else if xfloor <= 52151.0 then
    let val z = (xfloor - 12379.0) / 10000.0 in
    floor((228.74 * z + 2397.0) * z + 989.0)
    end
  else floor(0.42 * x - 7914.0)
  end;

```

**Aufgabe 5-4**

(1 Punkt)

```

fun qzt(n, k) =
  if k = 0 then n = k
  else (n = k*k orelse qzt(n, k-1));

fun istQuadrat n =
  qzt(n, n);

```

### Aufgabe 5-5

(3 Punkte)

a) 

```

fun fib n =
  if n = 0 then 1
  else if n = 1 then 1
  else fib(n - 1) + fib(n - 2);

```

b) 

```

fun fib_to_string n =
  if n = 0 then "1"
  else fib_to_string(n-1) ^ ", " ^ int_to_str(fib(n));

```

### Aufgabe 5-6

### Uhrzeiten

(3 Punkte)

a) Eine mögliche Grammatik (mit Startsymbol *Time* ist gegeben durch:

$$\begin{aligned}
 \langle Time \rangle &= \langle Hour \rangle : \langle Minute \rangle \\
 \langle Hour \rangle &= 0 \langle Digit \rangle \mid 1 \langle Digit \rangle \mid 2 \langle Digit3 \rangle \\
 \langle Minute \rangle &= \langle Digit5 \rangle \langle Digit \rangle \\
 \langle Digit3 \rangle &= 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \\
 \langle Digit5 \rangle &= \langle Digit3 \rangle \mid 4 \mid 5 \\
 \langle Digit \rangle &= \langle Digit5 \rangle \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9
 \end{aligned}$$

Weniger strukturiert aber auch möglich ist:

$$\begin{aligned}
 \langle Time \rangle &= \langle Hour \rangle : \langle Minute \rangle \\
 \langle Hour \rangle &= 00 \mid \dots \mid 24 \\
 \langle Minute \rangle &= 00 \mid \dots \mid 59
 \end{aligned}$$

b) Mögliche Ableitungen in der ersten Grammatik sind:

$$\begin{aligned}
 \langle Time \rangle &\rightarrow \langle Hour \rangle : \langle Minute \rangle \\
 &\rightarrow 1 \langle Digit \rangle : \langle Minute \rangle \\
 &\rightarrow 15 : \langle Minute \rangle \\
 &\rightarrow 15 : \langle Digit5 \rangle \langle Digit \rangle \\
 &\rightarrow 15 : \langle Digit3 \rangle \langle Digit \rangle \\
 &\rightarrow 15 : 0 \langle Digit \rangle \\
 &\rightarrow 15 : 0 7
 \end{aligned}$$

und für die zweite Uhrzeit:

$$\begin{aligned}
 Time &\rightarrow \langle Hour \rangle : \langle Minute \rangle \\
 &\rightarrow 2 \langle Digit3 \rangle : \langle Minute \rangle \\
 &\rightarrow 20 : \langle Minute \rangle \\
 &\rightarrow 20 : \langle Digit5 \rangle \langle Digit \rangle \\
 &\rightarrow 20 : 5 \langle Digit \rangle \\
 &\rightarrow 20 : 5 \langle 9 \rangle
 \end{aligned}$$

**Aufgabe 5-7****Teilbarkeit durch 4**

(3 Punkte)

a) Mit dem Startsymbol  $\langle Div_4 \rangle$  leistet

$$\begin{aligned}\langle Number \rangle &= 0 \mid \dots \mid 9 \mid \langle Number \rangle \langle Number \rangle \\ \langle Final_4 \rangle &= 0 \ 0 \mid 0 \ 4 \mid \dots \mid 9 \ 2 \mid 9 \ 6 \\ \langle Div_4 \rangle &= \langle Number \rangle \langle Final_4 \rangle\end{aligned}$$

das Gewünschte.

b) Die einzig mögliche Ableitung ist

$$\langle Div_4 \rangle \rightarrow \langle Number \rangle \langle Final_4 \rangle \rightarrow 1 \langle Final_4 \rangle \rightarrow 1 \ 2 \ 4$$