

## Übungen zu Semantik von Programmiersprachen

### Aufgabe 1 Natürliche Semantik von Ausdrücken (4 Punkte)

Geben Sie natürliche Semantiken für die Auswertung von arithmetischen Ausdrücken in AExp und von booleschen Ausdrücken in BExp an, sodaß die Semantik von  $a \in \text{AExp}$  mit  $\mathcal{A}[[a]]$  und die Semantik von  $b \in \text{BExp}$  mit  $\mathcal{B}[[b]]$  übereinstimmt (ohne Beweis). Dabei dürfen für die Definition der natürlichen Semantiken die Funktionen  $\mathcal{A}[[ - ]]$  und  $\mathcal{B}[[ - ]]$  nicht verwendet werden.

### Aufgabe 2 Wohlfundiertheit

- Zeigen Sie, daß die transitive Hülle  $\prec^+$  einer wohlfundierten Relation  $\prec$  auf einer Menge  $A$  wohlfundiert ist;
- Zeigen Sie, daß die transitive, reflexive Hülle  $\prec^*$  einer wohlfundierten Relation  $\prec$  auf einer Menge  $A$  eine partielle Ordnung ist.
- Seien  $\prec_1$  und  $\prec_2$  wohlfundierte Relationen auf einer Menge  $A$ . Zeigen Sie, daß die Relation

$$(a_1, a_2) (\prec_1, \prec_2)_{\text{lex}} (a'_1, a'_2) \iff (a_1 \prec_1 a'_1) \vee (a_1 = a'_1 \wedge a_2 \prec_2 a'_2)$$

wohlfundiert auf der Menge  $A \times A$  ist.

### Aufgabe 3 Induktion (4 Punkte)

Seien  $X, Y > 0$ . Zeigen Sie, daß für jeden Zustand  $\sigma$  mit  $\sigma(x) = X$ ,  $\sigma(y) = Y$  und für jeden Zustand  $\sigma'$  gilt: Ist

$$\langle z := 0; \text{ while } y \leq x \text{ do } (x := x - y; z := z + 1), \sigma \rangle \rightarrow \sigma'$$

in der natürlichen Semantik von **IMP** ableitbar, so ist  $\sigma'(z) = X \text{ div } Y$  (wobei  $\text{div}$  die ganzzahlige Division bezeichnet).

### Aufgabe 4 IMP-Interpreter

Implementieren Sie die einen Interpreter für die Sprache **IMP** basierend auf der natürlichen Semantik von **IMP**.

**Abgabe und Besprechung:** Mittwoch, 25.10.2006