Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. A. Knapp

WS 2006/07
Blatt 6

Übungen zu Semantik von Programmiersprachen

Aufgabe 21 Relationale denotationelle Semantik (4 Punkte)

Zeigen Sie:

$$\begin{aligned}
&(\sigma, \sigma') \in \mathcal{S}[\![\texttt{while}\ b\ \texttt{do}\ S]\!] \iff \\
&\quad (\mathcal{B}[\![b]\!]\sigma = \mathit{ff} \land \sigma = \sigma') \lor \\
&\quad (\exists \sigma_0, \ldots, \sigma_n \in \Sigma \,.\, \sigma = \sigma_0 \land \sigma_n = \sigma' \land \mathcal{B}[\![b]\!]\sigma_n = \mathit{ff} \land \\
&\qquad \forall 0 \leq i < n \,.\, \mathcal{B}[\![b]\!]\sigma_i = \mathit{tt} \land (\sigma_i, \sigma_{i+1}) \in \mathcal{S}[\![S]\!])
\end{aligned}$$

Aufgabe 22 Präbereiche und Bereiche (4 Punkte)

Seien $(P, \sqsubseteq_P)$ und $(Q, \sqsubseteq_Q)$ partielle Ordnungen. Sei $(R, \sqsubseteq_R)$ definiert durch $R = P \times Q$ und $(p, q) \sqsubseteq_R (p', q') \iff (p \neq p' \land p \sqsubseteq_P p') \lor (p = p' \land q \sqsubseteq_Q q')$ (lexikographische Ordnung).

a) Zeigen oder widerlegen Sie: Sind $(P, \sqsubseteq_P)$ und $(Q, \sqsubseteq_Q)$ Präbereiche, so ist $(R, \sqsubseteq_R)$ ein Präbereich.

b) Zeigen oder widerlegen Sie: Sind $(P, \sqsubseteq_P)$ und $(Q, \sqsubseteq_Q)$ Bereiche, so ist $(R, \sqsubseteq_R)$ ein Bereich.

Aufgabe 23 Gerichtete Mengen

Sei $(P, \sqsubseteq_P)$ eine partielle Ordnung. Eine Teilmenge M von P heißt *gerichtet*, falls jede endliche Teilmenge N von M eine obere Schranke bzgl. $\sqsubseteq_P$ in M besitzt.

Zeigen Sie: Ist P abzählbar, so ist $(P, \sqsubseteq_P)$ genau dann ein Präbereich, wenn jede gerichtete Menge in P ein Supremum bzgl. $\sqsubseteq_P$ in P besitzt.

Aufgabe 24 Approximation

Eine *formale Kugel* in $\mathbb{R}$ ist ein Paar (x, r) mit $x, r \in \mathbb{R}$ und $r \geq 0$. Die Menge der formalen Kugeln in $\mathbb{R}$ sei mit $\mathscr{B}$ bezeichnet. Sei $\sqsubseteq_{\mathscr{B}} \subseteq \mathscr{B} \times \mathscr{B}$ definiert durch $(x, r) \sqsubseteq_{\mathscr{B}} (y, s) \iff |x - y| \leq r - s$.

Zeigen Sie: $(\mathscr{B}, \sqsubseteq_{\mathscr{B}})$ ist ein Präbereich.

Abgabe und Besprechung: Mittwoch, 13.12.2006