Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. A. Knapp

WS 2006/07
Blatt 9

Übungen zu Semantik von Programmiersprachen

Aufgabe 33 Potenzen von Bereichen

Für einen Präbereich P und eine Menge I sei P^I die Menge aller Funktionen von I nach P und $\sqsubseteq_{P^I} \subseteq P^I \times P^I$ gegeben durch $f \sqsubseteq_{P^I} g \iff \forall i \in I \,.\, f(i) \sqsubseteq_P g(i)$.

Seien P, Q Präbereiche und I eine Menge. Ist $p \in P$, $k \in I$ und $r_k : I \setminus \{k\} \to P$, so sei $r_{k,p} : I \to P$ gegeben durch $r_{k,p}(i) = p$, falls $i = k$ und $r_{k,p}(i) = r_k(i)$, falls $i \neq k$. Ist $h : P^I \to Q$ eine Funktion, so sei $h_{k,r_k} : P \to Q$ für ein $k \in I$ und ein $r_k : I \setminus \{k\} \to P$ gegeben durch $h_{k,r_k}(p) = h(r_{k,p})$. Eine Funktion $h : P^I \to Q$ heißt *argumentweise stetig*, falls für alle $k \in I$ und alle $r_k : I \setminus \{k\} \to P$ gilt: $h_{k,r_k} : P \to Q$ ist stetig.

a) Zeigen Sie: Ist P ein Präbereich und I eine Menge, so ist $(P^I, \sqsubseteq_{P^I})$ ein Präbereich.

b) Geben Sie ein Beispiel eines Präbereichs P, einer Menge I, eines Präbereichs Q und einer Funktion $h : P^I \to Q$ an, sodaß gilt: h ist argumentweise stetig, aber h ist nicht stetig.

Aufgabe 34 Direkte Summen (4 Punkte)

Seien $P_1, \dots, P_n, Q$ Präbereiche. Zeigen Sie, daß die Funktion $h : [P_1 \to Q] \times \cdots \times [P_n \to Q] \to [P_1 + \cdots + P_n \to Q]$ definiert durch $h(f_1, \dots, f_n) = [f_1, \dots, f_n]$ stetig ist.

Aufgabe 35 Bereichsgleichungen

Sei $\mathbf{1}$ ein einelementiger Bereich und X eine Menge. Geben Sie Lösungen der folgenden Bereichsgleichungen an:

a) $D \cong X_\perp \otimes D_\perp$

b) $D \cong \mathbf{1}_\perp \oplus (X_\perp \otimes D)$

c) $D \cong X_\perp \times D$

Aufgabe 36 Fortsetzungssemantik (4 Punkte)

Sei $b \in$ BExp und $S \in$ Stm. Gelte $\mathcal{C}[\![S]\!]\,\kappa = \kappa_{\perp\!\!\perp} \circ \mathcal{S}[\![S]\!]$ für alle $\kappa \in [\Sigma \to \Sigma_\perp]$. Zeigen Sie:

$$\forall \kappa \in [\Sigma \to \Sigma_\perp] \,.\, \mathcal{C}[\![\texttt{while}\ b\ \texttt{do}\ S]\!]\,\kappa = \kappa_{\perp\!\!\perp} \circ \mathcal{S}[\![\texttt{while}\ b\ \texttt{do}\ S]\!]$$

Abgabe und Besprechung: Mittwoch, 24.1.2007