IMP: Abbruch

$S \in \mathbf{Stm} ::= \ldots \mid \texttt{abort}$

- Natürliche Semantik
  Keine Erweiterung
- Strukturell-operationale Semantik
  Keine Erweiterung

IMP: Nichtdeterminismus

$$S \in \mathrm{Stm} ::= \ldots \mid S_1 \texttt{ or } S_2$$

- Natürliche Semantik

$$(\text{or}^1_{\text{ns}}) \quad \frac{\langle S_1, \sigma \rangle \to \sigma_1}{\langle S_1 \texttt{ or } S_2, \sigma \rangle \to \sigma_1}$$

$$(\text{or}^2_{\text{ns}}) \quad \frac{\langle S_2, \sigma \rangle \to \sigma_2}{\langle S_1 \texttt{ or } S_2, \sigma \rangle \to \sigma_2}$$

- Strukturell-operationale Semantik

$$(\text{or}^1_{\text{sos}}) \quad \langle S_1 \texttt{ or } S_2, \sigma \rangle \Rightarrow \langle S_1, \sigma \rangle$$

$$(\text{or}^2_{\text{sos}}) \quad \langle S_1 \texttt{ or } S_2, \sigma \rangle \Rightarrow \langle S_2, \sigma \rangle$$

IMP: Parallelität

$$S \in \mathrm{Stm} ::= \ldots \mid S_1 \ \texttt{par} \ S_2$$

- Strukturell-operationale Semantik

$$(\mathrm{par}^1_{\mathrm{sos}}) \quad \frac{\langle S_1, \sigma \rangle \Rightarrow \langle S_1', \sigma_1 \rangle}{\langle S_1 \ \texttt{par} \ S_2, \sigma \rangle \Rightarrow \langle S_1' \ \texttt{par} \ S_2, \sigma_1 \rangle}$$

$$(\mathrm{par}^2_{\mathrm{sos}}) \quad \frac{\langle S_1, \sigma \rangle \Rightarrow \sigma_1}{\langle S_1 \ \texttt{par} \ S_2, \sigma \rangle \Rightarrow \langle S_2, \sigma_1 \rangle}$$

$$(\mathrm{par}^3_{\mathrm{sos}}) \quad \frac{\langle S_2, \sigma \rangle \Rightarrow \langle S_2', \sigma_2 \rangle}{\langle S_1 \ \texttt{par} \ S_2, \sigma \rangle \Rightarrow \langle S_1 \ \texttt{par} \ S_2', \sigma_2 \rangle}$$

$$(\mathrm{par}^4_{\mathrm{sos}}) \quad \frac{\langle S_2, \sigma \rangle \Rightarrow \sigma_2}{\langle S_1 \ \texttt{par} \ S_2, \sigma \rangle \Rightarrow \langle S_1, \sigma_2 \rangle}$$

IMP: Blöcke und Variablendeklarationen

$$V \in \mathrm{VarDecl} ::= \texttt{var}\ x\ \texttt{:=}\ a\ \texttt{;}\ V \mid \varepsilon$$
$$S \in \mathrm{Stm} ::= \ldots \mid \texttt{begin}\ V\ S\ \texttt{end}$$

Deklarierte Variablen $\mathrm{dvar} : \mathrm{VarDecl} \to \wp\mathrm{Var}$

$$\mathrm{dvar}(\varepsilon) = \emptyset$$
$$\mathrm{dvar}(\texttt{var}\ x\ \texttt{:=}\ a\ \texttt{;}\ V) = \{x\} \cup \mathrm{dvar}(V)$$

Variablendeklarationsupdate $\mathit{upd}_V : \mathrm{VarDecl} \times \Sigma \to \Sigma$

$$\mathit{upd}_V(\varepsilon, \sigma) = \sigma$$
$$\mathit{upd}_V(\texttt{var}\ x\ \texttt{:=}\ a\ \texttt{;}\ V, \sigma) = \mathit{upd}_V(V, \sigma[x \mapsto \mathcal{A}[\![a]\!]\,\sigma])$$

Zustandsrücksetzung $\sigma'[X \mapsto \sigma](x) = \begin{cases} \sigma(x), & \text{falls } x \in X \\ \sigma'(x), & \text{sonst} \end{cases}$

(block$_{ns}$) $$\frac{\langle S, \mathit{upd}_V(V, \sigma)\rangle \to \sigma'}{\langle \texttt{begin}\ V\ S\ \texttt{end}, \sigma\rangle \to \sigma'[\mathrm{dvar}(V) \mapsto \sigma]}$$

IMP: Freie Variablen

$$\mathrm{fvar} : \mathrm{AExp} \cup \mathrm{BExp} \cup \mathrm{Stm} \cup (\mathrm{VarDecl}\ \mathrm{Stm}) \to \wp(\mathrm{Var})$$

$$\mathrm{fvar}(\texttt{begin}\ V\ S\ \texttt{end}) = \mathrm{fvar}(V\ S)$$

$$\mathrm{fvar}(\varepsilon\ S) = \mathrm{fvar}(S)$$

$$\mathrm{fvar}(\texttt{var}\ x \texttt{ := } a \texttt{ ; } V\ S) = \mathrm{fvar}(a) \cup (\mathrm{fvar}(V\ S) \setminus \{x\})$$

$$\mathrm{fvar}_L : \mathrm{Stm} \cup (\mathrm{VarDecl}\ \mathrm{Stm}) \to \wp(\mathrm{Var})$$

$$\mathrm{fvar}_L(\texttt{begin}\ V\ S\ \texttt{end}) = \mathrm{fvar}_L(V\ S)$$

$$\mathrm{fvar}_L(\varepsilon\ S) = \mathrm{fvar}_L(S)$$

$$\mathrm{fvar}_L(\texttt{var}\ x \texttt{ := } a \texttt{ ; } V\ S) = \mathrm{fvar}_L(V\ S) \setminus \{x\}$$

IMP: Variablenumbenennungen

Variablenumbenennung $\delta : \text{Var} \to \text{Var}$

Für $S \in \text{Stm}$, $V \in \text{VarDecl}$ sei $x_{\delta,V\,S} \;\varepsilon\; \text{Var} \setminus \{\delta(x') \mid x' \in (\text{fvar}(V\ S)) \setminus \{x\}\}$.

$$
\begin{aligned}
&(\texttt{skip})\delta = \texttt{skip}\\
&(x \texttt{ := } a)\delta = \delta\, x \texttt{ := } a\delta\\
&(S_1 \texttt{ ; } S_2)\delta = S_1\delta \texttt{ ; } S_2\delta\\
&(\texttt{if } b \texttt{ then } S_1 \texttt{ else } S_2)\delta = \texttt{if } b\delta \texttt{ then } S_1\delta \texttt{ else } S_2\delta\\
&(\texttt{while } b \texttt{ do } S)\delta = \texttt{while } b\delta \texttt{ do } S\delta\\
&(\texttt{begin } V\ S \texttt{ end})\delta = \texttt{begin } (V\ S)\delta \texttt{ end}\\
&(\varepsilon\ S)\delta = S\delta\\
&((\texttt{var } x \texttt{ := } a \texttt{ ; } V)\ S)\delta = (x_{\delta,V\,S} \texttt{ := } a\delta) \texttt{ ; } (V\ S)\delta[x \mapsto x_{\delta,V\,S}]
\end{aligned}
$$

(analog für arithmetische und boolesche Ausdrücke)

IMP: Umbenennungslemma

Lemma Seien $S \in \mathrm{Stm}$, $\sigma, \sigma' \in \Sigma$, δ eine Variablenumbenennung und $X \subseteq \mathrm{Var}$ mit $\mathrm{fvar}(S) \subseteq X$ und $\delta(x) \neq \delta(x')$ für $x \neq x' \in X$.

Sei $\sigma(x) = \sigma'(\delta(x))$ für alle $x \in X$. Dann gibt es für alle $\sigma_1 \in \Sigma$ mit $\langle S, \sigma \rangle \to \sigma_1$, ein $\sigma_2 \in \Sigma$ mit $\langle S\delta, \sigma' \rangle \to \sigma_2$, sodaß $\sigma_1(x) = \sigma_2(\delta(x))$ für alle $x \in X$, und umgekehrt.

Korollar Seien $S \in \mathrm{Stm}$, $\sigma \in \Sigma$ und $x' \notin \mathrm{fvar}(S) \setminus \{x\}$. Dann gilt

$$\texttt{begin var } x' \texttt{ := } a \texttt{ ; } S[x \mapsto x'] \texttt{ end} \sim \texttt{begin var } x \texttt{ := } a \texttt{ ; } S \texttt{ end}$$