IMP: Äquivalenz von denotationeller und natürlicher Semantik

Satz Für alle Anweisungen $S \in \mathrm{Stm}$ gilt

$$\mathcal{S}[\![S]\!] = \{(\sigma, \sigma') \mid \langle S, \sigma \rangle \to \sigma'\} \ .$$

Korollar Für jedes $S \in \mathrm{Stm}$ ist $\mathcal{S}[\![S]\!]$ eine partielle Funktion $\Sigma \rightharpoonup \Sigma$.

ω-vollständige partielle Ordnungen

Definition Sei $(P, \sqsubseteq)$ eine partielle Ordnung und sei $X \subseteq P$. Ein $p \in P$ heißt obere Schranke von X, falls $q \sqsubseteq p$ für alle $q \in X$. Ein $p \in P$ heißt kleinste obere Schranke (oder Supremum) von X, falls p eine obere Schranke von X ist und für alle oberen Schranken p' von X gilt: $p \sqsubseteq p'$.

Schreibweisen: $\bigsqcup X$ kleinste obere Schranke von X, falls existent

$$\bigsqcup\{p_1, \ldots, p_n\} = p_1 \sqcup \cdots \sqcup p_n$$

Definition Eine partielle Ordnung $(P, \sqsubseteq)$ heißt ω-vollständig, wenn jede aufsteigende ω-Kette $p_0 \sqsubseteq p_1 \sqsubseteq p_2 \sqsubseteq \ldots$ eine kleinste obere Schranke $\bigsqcup\{p_n \mid n \in \mathbb{N}\}$ in P hat.

Präbereiche und Bereiche

Definition Eine ω-vollständige partielle Ordnung heißt Präbereich.
Ein Präbereich $(D, \sqsubseteq)$ heißt Bereich, wenn es ein Element $\bot_D \in D$ mit $\bot_D \sqsubseteq d$ für alle $d \in D$ gibt.

Hebung eines Präbereichs P zu einem Bereich $P_\bot$ durch Adjunktion eines kleinsten Elements $\bot$

Definition Ein Präbereich $(P, \sqsubseteq)$ heißt diskret (geordnet), falls aus $p \sqsubseteq q$ folgt, daß $p = q$.
Ein Bereich $(D, \sqsubseteq)$ heißt flach, falls aus $d \sqsubseteq d'$ folgt, daß $d = \bot_D$ oder $d = d'$.