. . . . | . . . . | . . . .

....	....	....
Name	Vorname	Matrikelnummer
....	....	....
Hauptfach	Nebenfach	Universität/Geburtsdatum (falls nicht Stud. der LMU)

Ludwig-Maximilians-Universität München WS 2006/2007
Institut für Informatik Klausur
Prof. Dr. F. Kröger, M. Hammer 7.2.2007, 12 – 14 Uhr

Temporale Logik und Zustandssysteme

Aufgabe 1 **Semantik** (8 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie folgende Beziehungen:

a) $\models \boxminus \Box A \rightarrow \ominus \bigcirc A$ in der Logik LTL+p.

b) $A \rightarrow B, A \rightarrow \mathsf{A}\bigcirc A \models A \rightarrow \mathsf{A}\Box B$ in der Logik BTL.

Aufgabe 2 **Herleitungen** (10 Punkte)

Beweisen Sie folgende Beziehungen für Formeln der Logik LTL+b. Verwenden Sie dabei in Herleitungen nur die Axiome und Regeln von Σ_{LTL}^{b} sowie (T15) und (prop). Außerdem dürfen Sie gegebenenfalls das Deduktionstheorem anwenden.

a) $\bigcirc A \vdash \bigcirc \Box A$.

b) $\vdash A$ **unless** $B \land \Box \neg B \rightarrow \bigcirc \Box A$.

Aufgabe 3 **Modifizierter Zähler** (8 Punkte)

In der Vorlesung wurde ein Zähler Γ_{count} angegeben, der durch die Menge $\mathcal{A}_{\Gamma_{count}}$ folgender Axiome spezifiziert wurde:

- (data$_{\Gamma_{count}}$),
- $ein \rightarrow (ein' \land c' = c + 1) \lor (\neg ein' \land c' = c)$,
- $\neg ein \rightarrow (\neg ein' \land c' = c) \lor (ein' \land c' = 0)$.

a) Der Zähler soll nun soweit verändert werden, dass er nur noch bis 100 zählen kann und, falls er diesen Wert erreicht, sich automatisch ausschaltet. Er soll dann auch nicht mehr gestartet werden können. Geben Sie eine passende Axiomenmenge $\mathcal{A}_{\Gamma_{bcount}}$ zur Spezifikation eines solchen Zählers an.

b) Zeigen Sie, dass

$$\mathcal{A}_{\Gamma_{bcount}} \cup \{c < 100\} \vdash F$$

für alle $F \in \mathcal{A}_{\Gamma_{count}}$ gilt.

c) Was bedeutet die Aussage in Teilaufgabe b) informell?

Aufgabe 4 **Lamports Bakery-Protokoll** (14 Punkte)

Folgendes PAR-Programm modelliert eine vereinfachte Version von Lamports Bakery-Protokoll zum wechselseitigen Ausschluss kritischer Abschnitte in zwei Prozessen. Dabei wird ein Verfahren verwendet, das man aus Behörden kennt: jeder Prozess, der in seinen kritischen Abschnitt eintreten will, zieht ein Ticket mit einer Nummer und wartet dann, bis er das Ticket mit der niedrigsten Nummer hält.

$$
\begin{array}{lll}
\Pi & \equiv & \textbf{var } t_1, t_2 : NAT \\
& & \textbf{start } t_1 = 0 \land t_2 = 0 \\
& & \textbf{cobegin} \\
& & \quad \begin{array}{ll} \textbf{loop} & \alpha_0 : t_1 := t_2 + 1; \\ & \alpha_1 : \textbf{await } t_2 = 0 \lor t_1 < t_2; \\ & \alpha_2 : \text{„kritischer Abschnitt“}; \\ & \alpha_3 : t_1 := 0; \\ \textbf{end} & \end{array} \quad \| \quad \begin{array}{ll} \textbf{loop} & \beta_0 : t_2 := t_1 + 1; \\ & \beta_1 : \textbf{await } t_1 = 0 \lor t_2 < t_1; \\ & \beta_2 : \text{„kritischer Abschnitt“}; \\ & \beta_3 : t_2 := 0; \\ \textbf{end} & \end{array} \\
& & \textbf{coend}
\end{array}
$$

Es sei

$$A \equiv at\,\alpha_2 \rightarrow (t_1 < t_2 \lor t_2 = 0) \land t_1 > 0.$$

Es soll gezeigt werden, dass

$$\mathcal{A}_\Pi \vdash \Box A$$

gilt.

a) Für eine Anwendung einer Invarianzregel kann man zunächst versuchen, A selbst als geeignete Invariante zu nehmen, d.h. direkt

$$A \textbf{ invof } Act_\Pi$$

herzuleiten. Begründen Sie, warum A für diesen Ansatz „zu schwach“ ist.

b) „Verstärken“ Sie A zu einer geeigneten Formel I, und zeigen Sie damit $\mathcal{A}_\Pi \vdash \Box A$.

c) Geben Sie eine Formel der Logik FOLTL+b an, die folgenden Sachverhalt beschreibt: „Wenn Prozess 1 sein Ticket gezogen hat, dann tritt Prozess 2 höchstens einmal in seinen kritischen Abschnitt ein, bevor Prozess 1 in seinen kritischen Abschnitt eintritt.“