

## Temporale Logik und Zustandssysteme

### Aufgabe 1-1

### Eine Logik $L_1$

(5 Punkte)

Die Menge der Formeln einer Logik  $L_1$  sei definiert als die Menge  $\{a, b\}^*$  aller Zeichenreihen über dem Alphabet  $\{a, b\}$ .

Die Semantik der Logik  $L_1$  sei gegeben durch

- die Klasse der möglichen Interpretationen  $\{J_i \mid i \in \mathbb{N} \wedge i > 0\}$
- $\models_i A \Leftrightarrow$  die Anzahl der  $a$  in  $A$  ist durch  $i$  ohne Rest teilbar.

- Bestimmen Sie die Menge der allgemeingültigen Formeln.
- Bestimmen Sie die Menge der nicht erfüllbaren Formeln. (Eine Formel  $A$  heißt erfüllbar wenn es eine Interpretation  $J$  mit  $\models A$  gibt.)
- Geben Sie ein korrektes und vollständiges formales System  $\Sigma_{L_1}$  für  $L_1$  an.

### Aufgabe 1-2

### Ein formales System

(8 Punkte)

$L_2$  sei eine Logik mit derselben Sprache  $\{a, b\}^*$  wie  $L_1$  in Aufgabe 1. Ein formales System  $\Sigma_{L_2}$  für  $L_2$  sei gegeben durch:

- Axiom:  $a$
- Regel-Schemata (für beliebige Formeln  $A, B$ ):
  - $Aaaa \vdash Ab$
  - $AB \vdash ABB$  für  $B \in \{a\}^* \cup \{b\}^*$

- Geben Sie eine Herleitung der Formel  $aab$  an.
- Widerlegen Sie die Herleitbarkeit der Formel  $baa$  durch strukturelle Induktion.
- Bestimmen Sie die Menge aller herleitbaren Formeln.
- Wie könnte man die Regel-Schemata erweitern, um  $baa$  herleiten zu können?

**Abgabe:** Mittwoch, den 25.10.2006, vor der Übung.