

Temporale Logik und Zustandssysteme

Aufgabe 5-1 Temporale Aussagen von \mathcal{L}_{LTL}^b (4 Punkte)

Seien A und B Formeln von \mathcal{L}_{LTL}^b . Geben Sie Formeln von \mathcal{L}_{LTL}^b mit den folgenden jeweiligen informellen Bedeutungen an.

- „Falls B unendlich oft zutrifft, trifft A zwischen zwei Zutreffen von B mindestens einmal zu.“
- „ A trifft ab dem nächsten Zustand genau n -mal zu.“
- „Solange A ununterbrochen zutrifft, trifft B maximal einmal zu.“

Aufgabe 5-2 Allgemeingültigkeit in LTL+b (4 Punkte)

Seien A, B Formeln von \mathcal{L}_{LTL}^b . Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

- $\models \Box A \leftrightarrow A \wedge \text{false atnext} \neg A$
- $A \text{ unless false} \models \Box A$
- $\models A \text{ unless } B \wedge \neg B \text{ unless } C \rightarrow A \text{ unless } C$

Aufgabe 5-3 Herleitungen in Σ_{LTL}^b (5 Punkte)

Leiten Sie folgende Formeln in Σ_{LTL}^b her. Sie dürfen dabei neben den Axiomen und Regeln von Σ_{LTL}^b (in der Fassung mit **atnext**) auch das Gesetz (T14) sowie die Regeln (prop), (alw) und (indatnext) und selbst hergeleitete Regeln und Axiome verwenden.

- $\Box A \rightarrow A \text{ atnext } B$
- $\Box A \leftrightarrow A \wedge A \text{ unless false}$

Aufgabe 5-4 Ausdrucksstärke von LTL (keine Abgabe)

Der Operator **even** mit der informellen Bedeutung „an allen Zeitpunkten mit geradzahligem Abstand“ sei definiert durch:

$$K_i(\text{even } A) = \text{tt} \iff K_{i+2k}(A) = \text{tt} \text{ für alle } k \in \mathbb{N}.$$

In dieser Aufgabe soll gezeigt werden, dass der Operator **even** in \mathcal{L}_{LTL} nicht definierbar ist. Dazu sei v eine Aussagenkonstante, und für alle $j \geq 0$ sei die temporale Struktur $K^j = (\eta_0^j, \eta_1^j, \dots)$ gegeben durch

$$\eta_k^j(v) = \text{ff} \iff k = j \quad \text{und} \quad \eta_k^j(w) = \text{ff} \text{ für alle } w \neq v$$

- Zeigen Sie, dass für alle $j \geq 0$ und alle Formeln A von \mathcal{L}_{LTL} gilt: $K_0^{j+1}(\text{even } A) = K_0^j(A)$.
- Zeigen Sie: Für alle Formeln A in \mathcal{L}_{LTL} gibt es ein $l \geq 0$, so dass $K_0^j(A) = K_0^l(A)$ für alle $j \geq l$.
- Folgern Sie, dass es keine Formel A von \mathcal{L}_{LTL} gibt mit $\models A \leftrightarrow \text{even } v$.

Aufgabe 5-5 Idempotenz und Absorption (keine Abgabe)

Sei A eine Formel von \mathcal{L}_{LTL} . Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

- $\models \Diamond \Box \Diamond A \leftrightarrow \Box \Diamond A$
- $\models \Box \Diamond \Box A \leftrightarrow \Diamond \Box A$

Abgabe: Mittwoch, den 22.11.2006, vor der Übung.