

Temporale Logik und Zustandssysteme

Aufgabe 8-1 Allgemeingültigkeit in FOLTL (4 Punkte)

Sei $TSIG = (SIG, \mathbf{X}, \mathbf{V})$ eine temporale Signatur. Welche der folgenden Formeln von $\mathcal{L}_{FOLTL}(TSIG)$ sind allgemeingültig? (Dabei sind $x, y \in \mathcal{X}$ und $a \in \mathbf{X}$.) Beweisen Sie Ihre Antworten.

- $\exists x(a \neq x \wedge a' = x) \rightarrow (a' \neq a)$.
- $\Box \Diamond(a' \neq a) \rightarrow \forall x \Diamond \Box(a \neq x)$.

Aufgabe 8-2 Zähler (3 Punkte)

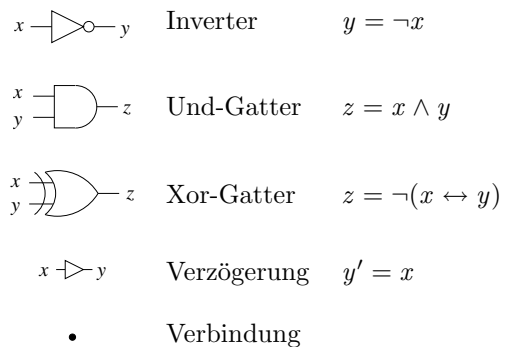
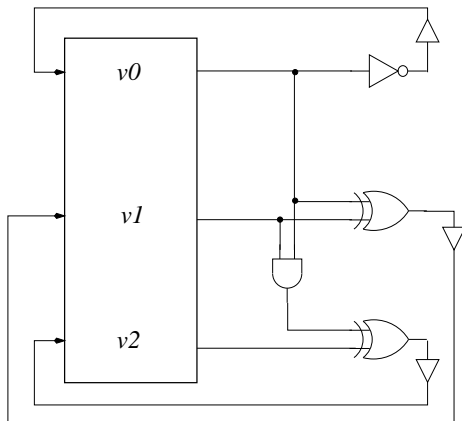
Gegeben sei die Signatur SIG mit der Sorte NAT , den Konstanten $0, 1, 2, \dots$ der Sorte NAT , den Funktionszeichen $+(NAT\ NAT, NAT)$ und $-(NAT\ NAT, NAT)$ sowie dem Prädikatszeichen $<(NAT\ NAT)$.

Sei $a \in \mathbf{X}_{NAT}$ und $x \in \mathcal{X}_{NAT}$. Sei \mathcal{F} die Menge aller Formeln von $\mathcal{L}_{FOL}(SIG^+)$, die im Standardmodell der natürlichen Zahlen gelten. Beweisen Sie in dem formalen System Σ_{FOLTL}^w , wobei WF die Sorte NAT mit $<$ als \prec ist:

- $\mathcal{F} \vdash a < x \wedge z = x - a \wedge \Box(a' = a + 1) \rightarrow \circ(a \leq x)$. (keine Abgabe)
- $\mathcal{F} \vdash a < x \wedge z = x - a \wedge \Box(a' = a + 1) \rightarrow \circ(z - 1 = x - a)$. (keine Abgabe)
- $\mathcal{F} \vdash a = 0 \wedge \Box(a' = a + 1) \rightarrow \Diamond a = x$. (3 Punkte)

Aufgabe 8-3 Elektronisches Schaltwerk (6 Punkte)

Das folgende Schaltwerk realisiert einen Zähler modulo 8, dessen aktueller Stand durch die drei Bits v_0, v_1 und v_2 dargestellt wird.



Das Schaltwerk läuft getaktet ab; in jedem Takt werden die drei Bits ausgelesen, ihr neuer Wert ergibt sich gemäß den angegebenen Verknüpfungen. Die Verzögerungsglieder speichern ein Bit über einen Takt.

- Beschreiben Sie das Schaltwerk durch ein propositionales Zustandsübergangssystem Γ .
- Beschreiben Sie die Abläufe von Γ durch eine axiomatische FOLTL-Spezifikation \mathcal{A} .
- Beweisen Sie, dass das Bit v_1 immer wieder den Wert 0 hat, indem Sie eine Herleitung einer entsprechenden Formel aus \mathcal{A} angeben; hierbei dürfen die Gesetze (T1) bis (T59) benutzt werden.

Abgabe: Mittwoch, den 13.12.2006, vor der Übung.