Ludwig-Maximilians-Universität München WS 2006/2007
Institut für Informatik Übungsblatt 12
Prof. Dr. F. Kröger, M. Hammer

Temporale Logik und Zustandssysteme

Aufgabe 12-1 **Allgemeine Aussagen über PAR-Programme** (5 Punkte)

Für einen Prozess Π_i eines PAR-Programms Π bezeichne $\mathcal{M}_i$ die Markenmenge von Π_i. Geben Sie die informelle Bedeutung und Herleitungen für folgende Aussagen an:

(at-$\mathcal{M}_i$)	$at\,\mathcal{M}_i$	für jeden Prozess Π_i.
(disjoint)	$exec\,\lambda \to (at\,L \leftrightarrow \circ at\,L)$	falls $\lambda \in \mathcal{M}_i$, $L \subseteq \mathcal{M}_j$, $i \neq j$.

Dabei gelte $at\,L \equiv \bigvee_{l \in L} at\,l$ für $L \subseteq \mathcal{M}_i$.

Aufgabe 12-2 **PAR-Programme: Aushungerungsfreiheit** (9 Punkte)

Gegeben sei das folgende PAR-Programm:

$$
\begin{array}{lll}
\Pi & \equiv & \textbf{var } a, b, c : NAT \\
& & \textbf{start } a \geq 0 \land b \geq 0 \land c \geq 0 \\
& & \textbf{cobegin} \\
& & \quad \begin{array}{ll} \textbf{loop} & \alpha_0 : c := b; \\ & \alpha_1 : \textbf{await } a = b; \\ & \alpha_2 : a := 0 \\ \textbf{end} & \end{array} \quad \| \quad \begin{array}{ll} \textbf{loop} & \beta_0 : a := b; \\ & \beta_1 : \textbf{await } b = c; \\ & \beta_2 : c := 1 \\ \textbf{end} & \end{array} \\
& & \textbf{coend}
\end{array}
$$

Es gilt (dies muss *nicht* bewiesen werden):

$$(*) \quad \Diamond(b = c)$$

Weisen Sie die Aushungerungsfreiheit von Π nach, d.h. leiten Sie

$$\Box\Diamond\, at\,\alpha_0$$

aus der Menge $\mathcal{A}_\Pi$ der Programmaxiome von Π her.

Dabei dürfen Sie die in Aufgabe 12-1 bewiesenen Aussagen und die abgeleitete Regel

$$
\begin{array}{lll}
\text{(event)} & A \textbf{ invof } Act_\Gamma \setminus Act_h & (\text{mit } Act_h = \{\lambda_1, \ldots, \lambda_m\} \subseteq Act_\Gamma) \\
& exec\,\lambda \land A \to \circ B & \text{für alle } \lambda \in Act_h \\
& \Box A \to \Diamond(\text{enabled}_{\lambda_1} \lor \ldots \lor \text{enabled}_{\lambda_m}) & \\
& \vdash A \to \Diamond B &
\end{array}
$$

ohne Beweis verwenden. Ferner dürfen die Gesetze (T1)–(T31) und die Regel (chain) in der Herleitung verwendet werden.

Aufgabe 12-3 **PAR-Programm über Mengen** (keine Abgabe)

Das folgende PAR-Programm wurde bereits in Aufgabe 11-3 betrachtet:

$$
\begin{array}{l}
\Pi \equiv \textbf{var}\ min, max, min_0, max_0 : NAT^{\infty}; \\
\qquad S, T : NATS \\
\quad \textbf{start}\ max_0 > \max(T) \wedge min_0 < \min(S) \wedge min = min_0 \wedge max = max_0 \\
\quad \textbf{cobegin loop}\ \alpha_0 : min := \min(S); \\
\qquad\qquad\qquad \alpha_1 : \textbf{await}\ min < max \wedge max < max_0\ \textbf{then}\ max_0 := max; \\
\qquad\qquad\qquad \alpha_2 : S := (S \setminus \{min\}) \cup \{max_0\} \\
\qquad\quad \textbf{end} \\
\qquad\quad \| \\
\qquad\quad \textbf{loop}\ \beta_0 : max := \max(T); \\
\qquad\qquad\qquad \beta_1 : \textbf{await}\ max > min \wedge min > min_0\ \textbf{then}\ min_0 := min; \\
\qquad\qquad\qquad \beta_2 : T := (T \setminus \{max\}) \cup \{min_0\} \\
\qquad\quad \textbf{end} \\
\quad \textbf{coend}
\end{array}
$$

Es gilt (ohne Beweis), dass

$$\mathcal{A}_\Pi \vdash \Box\Diamond(at\,\beta_1 \wedge max < max_0).$$

Beweisen Sie:

$$\mathcal{A}_\Pi \vdash \Diamond\forall x\forall y(x \in S \wedge y \in T \to x \geq y).$$

Abgabe: Mittwoch, den 24.1.2007, vor der Übung.