

Programmierung und Modellierung

Aufgabe 2-1

Rekursive Arithmetik

Für diese Aufgabe stehen Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division auf natürlichen Zahlen nicht zur Verfügung. Statt dessen sind (auf einer maschinennäheren Implementierungsebene) zwei einfache arithmetische Funktionen für natürliche Zahlen realisiert, die Sie benutzen können:

vorgaenger: `int -> int`

Liefert Argument $- 1$ für positives Argument. Nicht definiert, wenn das Argument ≤ 0 ist.

nachfolger: `int -> int`

Liefert Argument $+ 1$ für positives Argument. Nicht definiert, wenn das Argument < 0 ist.

Die Datei `2-1.sml`, die Sie auf der Vorlesungswebseite (unter „Übungen“) finden können, definiert diese Funktionen. Kopieren Sie sich die Datei in Ihr Unterverzeichnis für dieses Übungsblatt. Definieren Sie die folgenden Funktionen in dieser Datei.

- Definieren Sie eine Funktion `plus(a,b)`, welche die Summe von `a` und `b` zurückgibt. Benutzen Sie dabei nur die oben angegebenen Funktionen. (Hinweis: $5 + 3 = 1 + (5 + 2)$ und $5 + 0 = 5$)
- Verwenden Sie die so definierte Funktion `plus(a,b)`, um eine Funktion `mult(a,b)` zu definieren, die das Produkt von `a` und `b` berechnen soll.
- Definieren Sie, analog zur Funktion `plus(a,b)`, eine Funktion `minus(a,b)`, und verwenden Sie sie, um eine Funktion `modulo(a,b)` zu definieren. Diese soll `a` modulo `b` berechnen, also den Wert, der als Rest übrigbleibt, wenn man `a` durch `b` ganzzahlig teilt.

Aufgabe 2-2

Zinsen

Versicherungen *Gierig* und *Fähig* bieten folgendes Rentenprodukt an. Sie zahlen zu Beginn jedes Jahres `einzahlung` EUR in Ihren Vertrag ein. Am Ende jedes Jahres wird das aufgelaufene Gesamtkapital mit `zinssatz` Prozent verzinst. Die Zinsen werden dem Kapital zugeführt. Nach `laufzeit` Jahren bekommen Sie das Gesamtkapital ausbezahlt. Sie möchten einen Vertrag über 40 Jahre mit einer jährlichen Einzahlung von 1500 EUR abschließen.

Ein Vertreter von *Gierig* bietet das Produkt mit einem Zinssatz von 4.0% an, von *Fähig* bekämen Sie das Produkt mit 5.0%. Nun bezahlt Ihnen der Vertreter von *Gierig* eine 2wöchige all-inclusive Karibik-Reise, falls Sie bei Ihm abschließen. Wieviel Prozent Ihrer Rente würde Ihnen diese Karibik-Reise letztlich kosten?

Zur Beantwortung dieser Frage schreiben Sie sich eine SML-Funktion

```
fun riester (einzahlung, zinssatz : real, laufzeit : int) : real
```

die das aufgelaufene Kapital nach `laufzeit` Jahren bei einer jährlichen Zahlung von `einzahlung` EUR und einer jährlichen Verzinsung von `zinssatz`% berechnet. Testen Sie sie mit den obigen Daten. (Hinweis: Abzugeben ist nur die Funktion `riester`.)

Aufgabe 2-3

Terminierungsbeweis

Die folgende SML-Funktion berechnet die Quersumme einer Zahl (also die Summe der Ziffern, für die Dezimaldarstellung der Zahl):

```
fun qs(n) = if n < 10  
            then n  
            else (n mod 10) + qs(n div 10);
```

- a) Beschreiben Sie informell, was eine Abstiegsfunktion erfüllen muss, um für einen Terminierungsbeweis der Funktion qs geeignet zu sein.
- b) Geben Sie eine passende Abstiegsfunktion an und beweisen Sie damit die Terminierung von qs .

Abgabe: Montag, den 11.5.2009, 12 Uhr, per UniWorx.