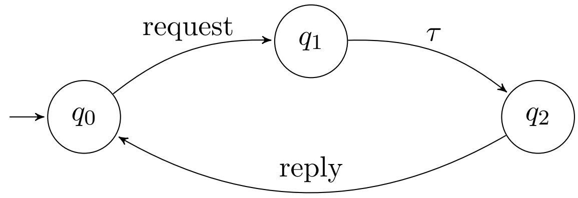
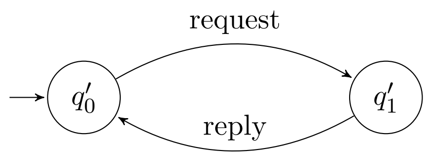
Lösungen zu Aufgaben 2 und 4 von Übungsblatt 5

Aufgabe 2.

lts($S1$) $= T$: Aktionsmenge $A = \{request, \tau, reply\}$.



lts($S2$) $= T'$: Aktionsmenge $A' = \{request, reply\}$.



Wir zeigen, dass $T \approx T'$. Sei Δ (bzw. Δ') die Transitionsrelation von T (bzw. T').

(a) $\alpha T = \{request, reply\} = \alpha T'$.

(b) Definiere
$$R = \{(q_0, q_0'), (q_1, q_1'), (q_2, q_1')\}.$$
Es gilt $(q_0, q_0') \in R$.

Wir zeigen, dass R eine schwache Bisimulation zwischen T und T' ist.

– Betrachte $(q_0, q_0') \in R$.
  (1) **1. Fall:** $q_0 \overset{request}{\Longrightarrow}_\Delta q_1$. Es existiert $q_0' \overset{request}{\Longrightarrow}_{\Delta'} q_1'$ und $(q_1, q_1') \in R$.
  2. Fall: $q_0 \overset{request}{\Longrightarrow}_\Delta q_2$. Es existiert $q_0' \overset{request}{\Longrightarrow}_{\Delta'} q_1'$ und $(q_2, q_1') \in R$.
  (2) $q_0' \overset{request}{\Longrightarrow}_{\Delta'} q_1'$. Es existiert $q_0 \overset{request}{\Longrightarrow}_\Delta q_1$ und $(q_1, q_1') \in R$.

– Betrachte $(q_1, q_1') \in R$.
  (1) **1. Fall:** $q_1 \overset{\epsilon}{\Longrightarrow}_\Delta q_2$. Es existiert $q_1' \overset{\epsilon}{\Longrightarrow}_{\Delta'} q_1'$ und $(q_2, q_1') \in R$. !
  2. Fall: $q_1 \overset{reply}{\Longrightarrow}_\Delta q_0$. Es existiert $q_1' \overset{reply}{\Longrightarrow}_{\Delta'} q_0'$ und $(q_0, q_0') \in R$.
  (2) $q_1' \overset{reply}{\Longrightarrow}_{\Delta'} q_0'$. Es existiert $q_1 \overset{reply}{\Longrightarrow}_\Delta q_0$ und $(q_0, q_0') \in R$.

– Betrachte $(q_2, q_1') \in R$.
  (1) $q_2 \overset{reply}{\Longrightarrow}_\Delta q_0$. Es existiert $q_1' \overset{reply}{\Longrightarrow}_{\Delta'} q_0'$ und $(q_0, q_0') \in R$.
  (2) $q_1' \overset{reply}{\Longrightarrow}_{\Delta'} q_0'$. Es existiert $q_2 \overset{reply}{\Longrightarrow}_\Delta q_0$ und $(q_0, q_0') \in R$.

Aufgabe 4.

Sei E ein Prozessausdruck, $a \notin \alpha E$, $a \in \mathit{Label}$ $(= \mathit{ACT} \setminus \{\tau\})$.

Behauptung: $(a \to E) \setminus \{a\} \approx E$.

Zu zeigen: $\text{lts}((a \to E) \setminus \{a\}) \approx \text{lts}(E)$.

- Sei $\text{lts}(E) = (S, A, \Delta, q_0)$.
- $\text{lts}((a \to E)) = (S \cup \{p_0\}, A \cup \{a\}, \Delta \cup \{(p_0, a, q_0)\}, p_0)$, wobei $p_0 \notin S$ ein neuer Zustand ist.
- $\text{lts}((a \to E) \setminus \{a\}) = \text{lts}((a \to E)) \setminus_{lts} \{a\} =$

  $(S \cup \{p_0\}, (A \cup \{a\}) \setminus_{lts} \{a\}, (\Delta \cup \{(p_0, a, q_0)\}) \setminus_{lts} \{a\}, p_0) =$

  $(S \cup \{p_0\}, A \cup \{\tau\}, \Delta \cup \{(p_0, \tau, q_0)\}, p_0\}$, weil $a \notin \alpha E$ und $a \neq \tau$, also $a \notin A$.

Sei im Folgenden: $\bar{\Delta} = \Delta \cup \{(p_0, \tau, q_0)\}$.

(a) $\alpha\text{lts}((a \to E) \setminus \{a\}) = (A \cup \{\tau\}) \setminus \{\tau\} = A \setminus \{\tau\} = \alpha\text{lts}(E)$.

(b) Definiere $R \subseteq (S \cup \{p_0\}) \times S$ durch

$$R = \{(p_0, q_0)\} \cup \{(q, q) \mid q \in S\}.$$

Es gilt $(p_0, q_0) \in R$.
Wir zeigen, dass R eine schwache Bisimulation ist.

- Betrachte $(p_0, q_0) \in R$. Sei $x \in \alpha\text{lts}(E) \cup \{\epsilon\}$ beliebig.
  (1) Sei $p_0 \stackrel{x}{\Rightarrow}_{\bar{\Delta}} q$.
  Falls $q = p_0$, dann ist $x = \epsilon$ und $q_0 \stackrel{\epsilon}{\Rightarrow}_{\Delta} q_0$ und $(p_0, q_0) \in R$.
  Falls $q \neq p_0$, dann ist $q \in S$ und $p_0 \stackrel{x}{\Rightarrow}_{\bar{\Delta}} q$ ist von der Form

  $$p_0 \stackrel{\tau}{\to}_{\bar{\Delta}} q_0 \stackrel{x}{\Rightarrow}_{\bar{\Delta}} q.$$

  Also gibt es $q_0 \stackrel{x}{\Rightarrow}_{\Delta} q$ und $(q, q) \in R$.

  (2) Sei $q_0 \stackrel{x}{\Rightarrow}_{\Delta} q$.
  Dann gibt es $p_0 \stackrel{\tau}{\to}_{\bar{\Delta}} q_0 \stackrel{x}{\Rightarrow}_{\bar{\Delta}} q$, also $p_0 \stackrel{x}{\Rightarrow}_{\bar{\Delta}} q$ und $(q, q) \in R$.

- Betrachte beliebiges $(q', q') \in R$ mit $q' \in S$. Sei $x \in \alpha\text{lts}(E) \cup \{\epsilon\}$ beliebig.
  (1) Sei $q' \stackrel{x}{\Rightarrow}_{\bar{\Delta}} q$.
  $q \neq p_0$, weil p_0 von keinem $q' \in S$ erreichbar ist.
  Also gilt auch $q' \stackrel{x}{\Rightarrow}_{\Delta} q$ und $(q, q) \in R$.

  (2) Sei $q' \stackrel{x}{\Rightarrow}_{\Delta} q$.
  Dann gilt trivialerweise auch $q' \stackrel{x}{\Rightarrow}_{\bar{\Delta}} q$ und $(q, q) \in R$.