

Kap. 4: Modellierung und Simulation dynamischer Systeme

- **Ansätze für die Modellierung von Systemdynamik**
- **Begriffe und Konzepte der dynamischen Modellierung**
- **Vorgehen bei der Modellbildung und Simulation**
- **Naiver Ansatz: UML- Interaktionsdiagramme**
- **Mathematischer Ansatz: Arbeitsbeispiel Weltmodell**
- **Bossels Systemzoo**
- **Weitere Ansätze (kausal, Automaten, ..):
Zustandsdiagramme, Aktivitätsdiagramme**

Spektrum der dynamischen Modellierung

H. Bossel umreißt das Spektrum verschiedener Ansätze durch eine Liste von Dichotomien (vgl. [Bos 04]):

- *systemerklärend* \Leftrightarrow *verhaltensbeschreibend*
- *real (messbare) Parameter* \Leftrightarrow *(zur Modellbildung) angepasste Parameter*
- *konstante Parameter* \Leftrightarrow *zeitvariante Parameter*
- *deterministisch* \Leftrightarrow *zufallsbehaftet / stochastisch*
- *linear* \Leftrightarrow *nicht-linear*
- *(Zeit-) kontinuierlich* \Leftrightarrow *(Zeit-) diskret*
- *(Raum-) kontinuierlich* \Leftrightarrow *(Raum-) diskret*
- *Autonom (geschlossen)* \Leftrightarrow *exogen getrieben / treibend (offen)*
- *numerisch* \Leftrightarrow *nicht-numerisch*
- *aggregiertes Verhalten* \Leftrightarrow *individuelles Verhalten*

Ansätze zur dynamischen Modellierung

Naiver Ansatz:

- Beschreibung zeitlicher und kausaler Abhängigkeiten
Darstellung: Wenn-Dann-Regeln, Tabellen, Graphen, Natürliche Sprache

Mathematischer Ansatz:

- Funktionen (y / t), Differentialgleichungen ($\Delta y / \Delta t$) (y : Systemvariable)
Darstellung: Formeln, Gleichungen, (Funktions-) Graphen

Automaten-Ansatz:

- Definition von Zuständen, Zustandsübergängen, Ereignissen, ausgelösten Aktionen
Darstellung: Automaten-Tabellen, Zustandsdiagramme

Kausaler Ansatz:

- Definition von Bedingungen, Ereignissen, Abhängigkeiten, ausgelösten Aktionen
Darstellung: Entscheidungstabellen, (Wirkungs-) Graphen, Aktivitätsdiagramme, EPK's, Petri-Netze

Ansatz der temporalen / modalen Logik:

- Definition logischer, zeitbehafteter Abhängigkeiten
Darstellung: Formeln, Axiome, Regeln mit temporalen / modalen Junktoren bzw. Quantoren

Konzepte dynamischer Modellierung

- **Zeit**

Relativ oder absolut? Explizit oder implizit?

- **Zustand**

(System-) global oder lokal? Komplex (mit Unter-Zuständen) oder nicht? Mit ausgelösten *Aktionen* vor / während / nach .. oder nicht?

- **Zustandsübergang**

Mit ausgelösten Aktionen vor / während / nach .. oder nicht? Wie abgegrenzt von *Ereignis*?

- **Ereignis**

Zeitbehaftet oder nicht? Wie abgegrenzt von *Zustand* / *Z.-übergang* / *Bedingung*?

- **Bedingung**

Zeitbehaftet oder nicht? Wie abgegrenzt von *Ereignis*?

- **Aktivität / Aktion**

Unterschiedliche Konzepte? Zeitbehaftet oder nicht? Wie verankert im *Zustandsmodell*?

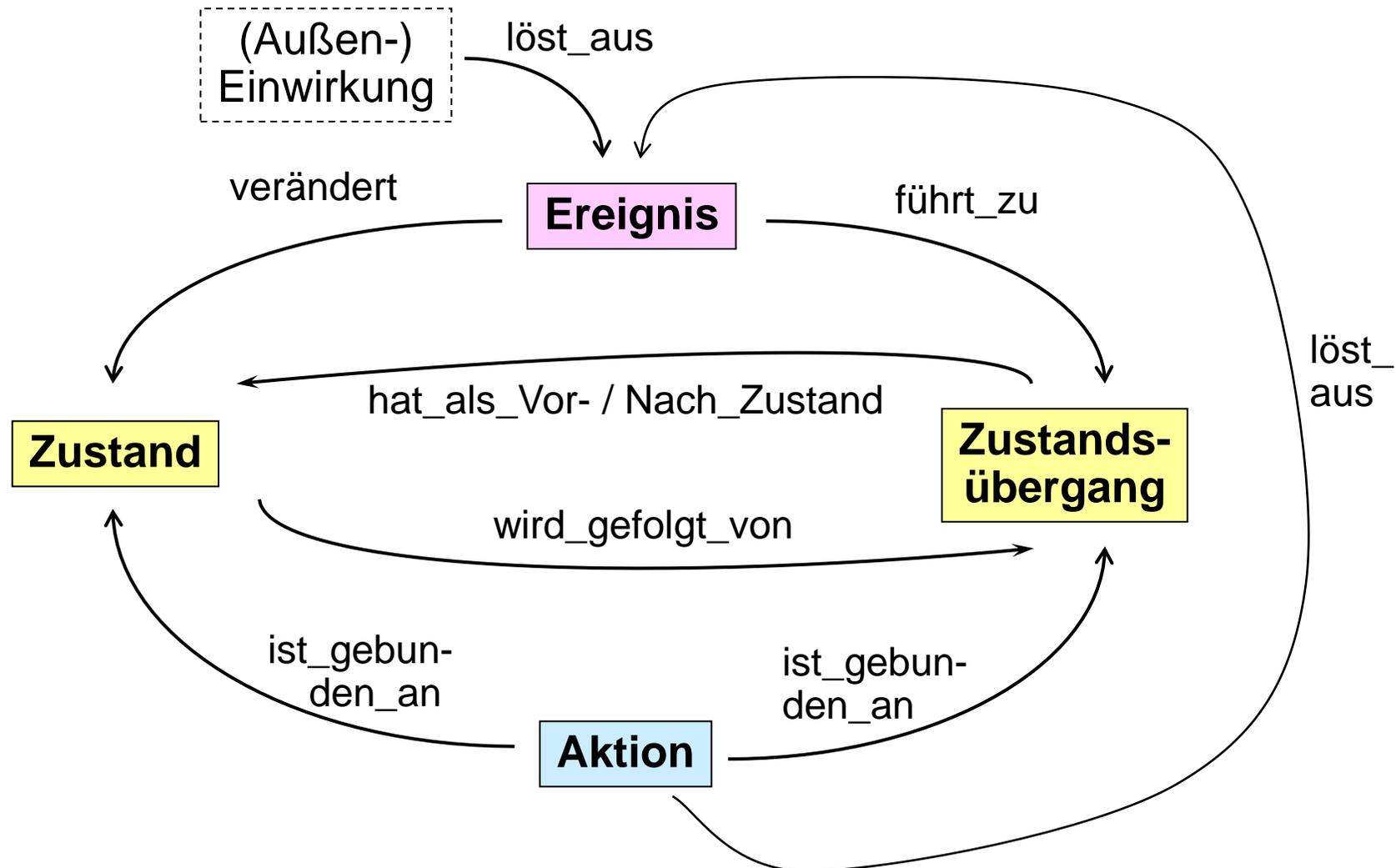
- **Abhängigkeit**

Wie formalisierbar? In welcher Beziehung (kausal, temporal, logisch, funktional, ..)?

Dynamische Modellierung: Wichtige Begriffe

- **Zustand** (*state*): Beschreibung einer Situation, in der ein Objekt bezüglich bestimmter ausgewählter Eigenschaften unverändert bleibt. Solche Eigenschaften werden mit Hilfe von sog. *Zustandsvariablen* beschrieben. Damit lassen sich Zustände als *Bedingungen* über den Zustandsvariablen definieren: Das Objekt befindet sich im Zustand, so lange die Bedingung gilt. Zustände haben i.a. eine begrenzte zeitliche Dauer.
- **Zustandsübergang** (*state transition*): Veränderung an einem Objekt, die dieses von einem Zustand in einen anderen überführt. D.h. ein Zustandsübergang tritt ein, wenn die Zustandsvariablen so verändert werden, dass die an den betroffenen Zustand geknüpften *Bedingungen* nicht mehr erfüllt sind. Zustandsübergänge werden i.a. durch *Ereignisse* ausgelöst.
- **Ereignis** (*event*): Geschehen, das in einem gegebenen Kontext eine Bedeutung hat und das sich räumlich und zeitlich lokalisieren lässt. Ein Ereignis führt zur Veränderung von Zustandsvariablen und damit in der Regel zu einem oder mehreren *Zustandsübergang(en)* von betroffenen Objekten.
- **Aktion** (*action*): beinhaltet die Ausführung einer oder mehrere Operationen und kann entweder an einen Zustand oder an einen Zustandsübergang gebunden sein. Bem.: Statt "Aktion" wird in UML 1.x zuweilen auch der Begriff "Aktivität" verwendet.

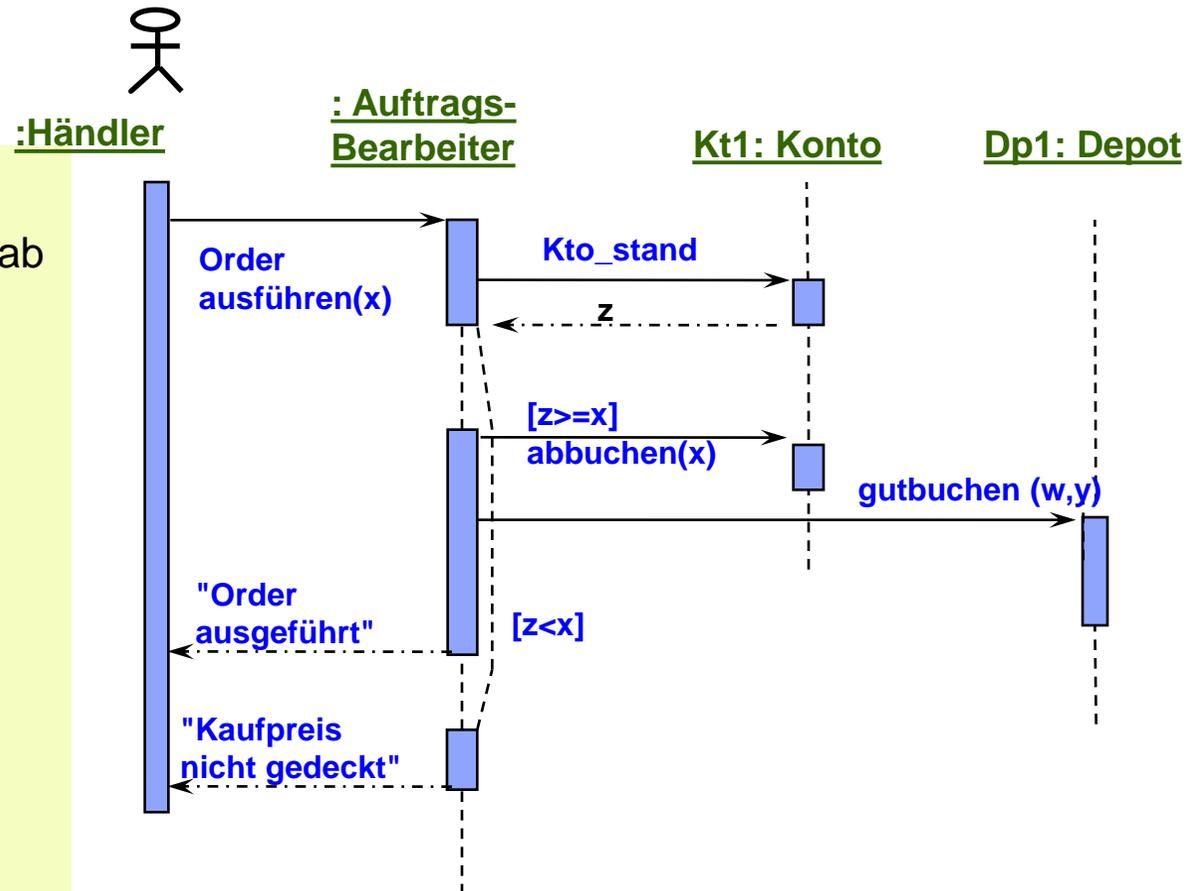
Dynamische Konzepte und ihre Zusammenhänge



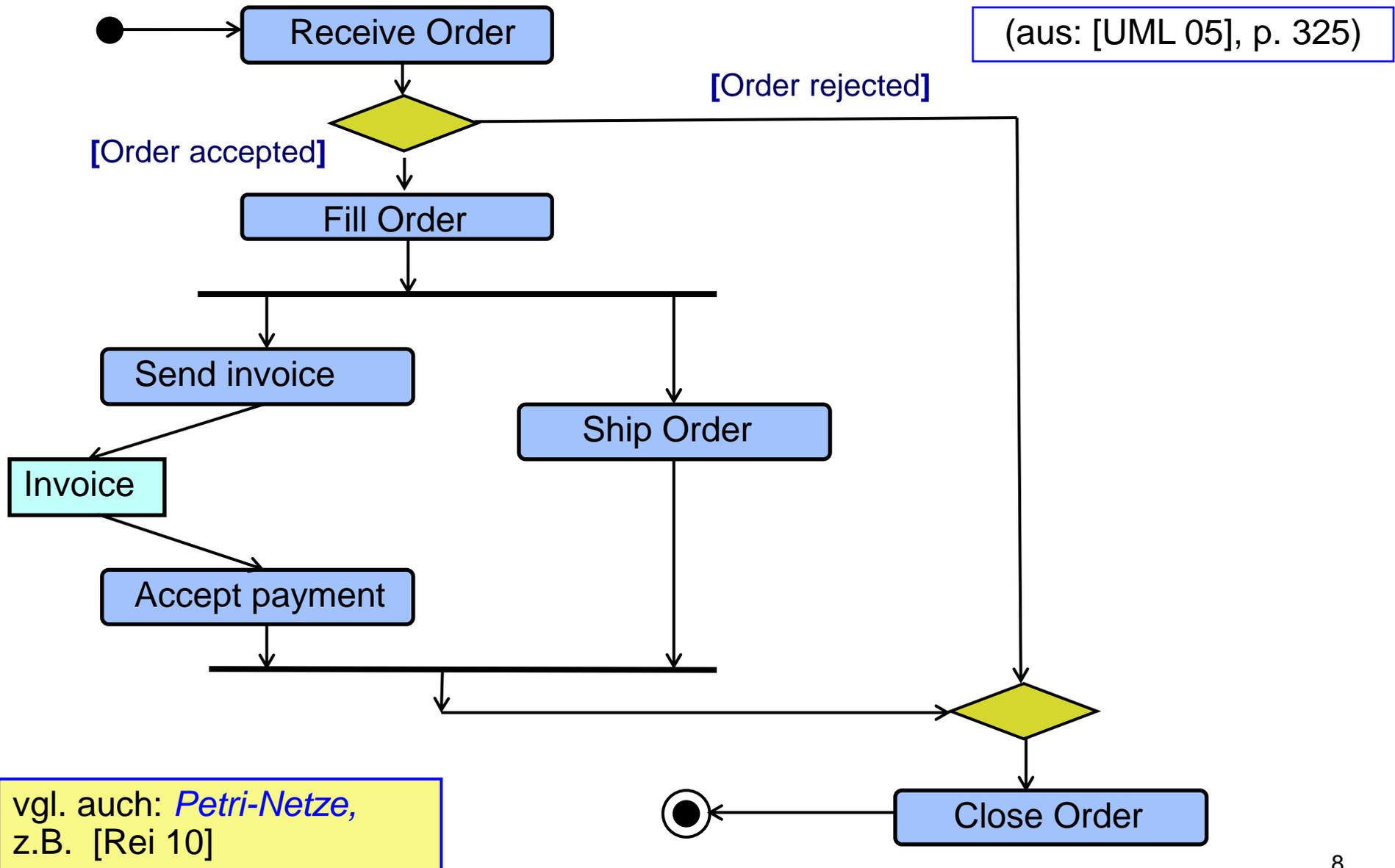
Naiver Ansatz: Beispiel: UML-Interaktionsdiagramm

Aktionen in zeitlicher / kausaler Abfolge, ggf. abhängig von Bedingungen

- Ein Händler initiiert **Order ausführen**
- Auftragsbearbeiter fragt **Kontostand** ab
- Wenn Kaufpreis x gedeckt durch Kontostand z , dann **abbuchen (x)** von Konto **Kt1** sowie **gutbuchen (w,y)** y Stück von Wertpapier w auf Depot **Dp1**,
- Bestätigung an Kunden **"Order ausgeführt"**
- sonst Meldung **"Kaufpreis nicht gedeckt"**

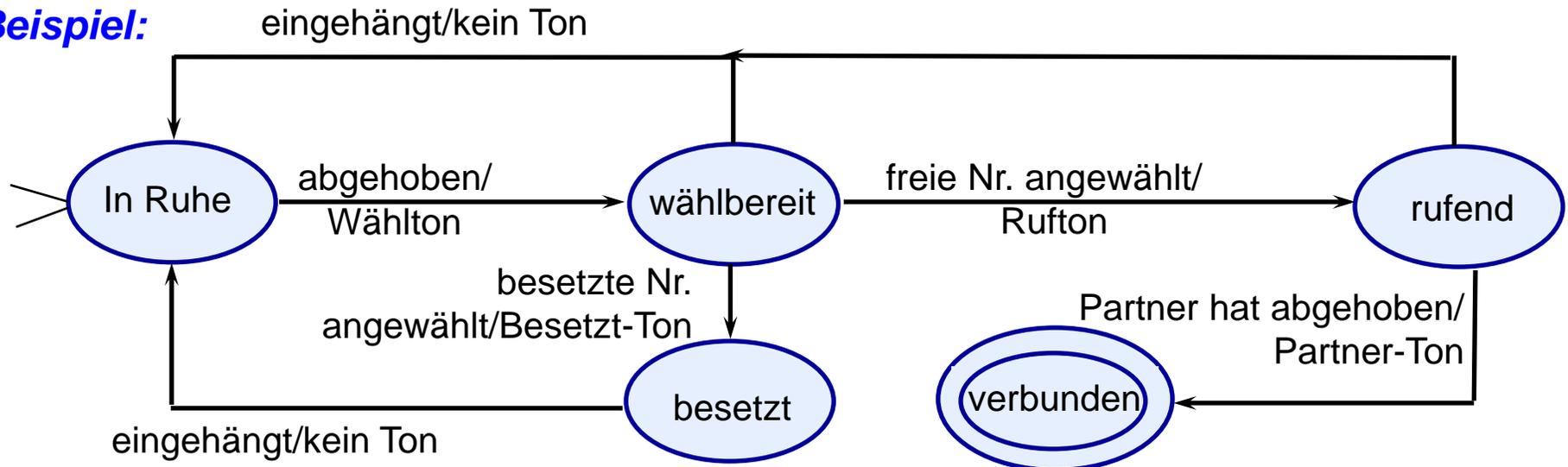


Kausaler Ansatz: Beispiel UML-Aktivitätsdiagramm



Automaten-Ansatz: Beispiel: Zustandsdiagramm

Beispiel:



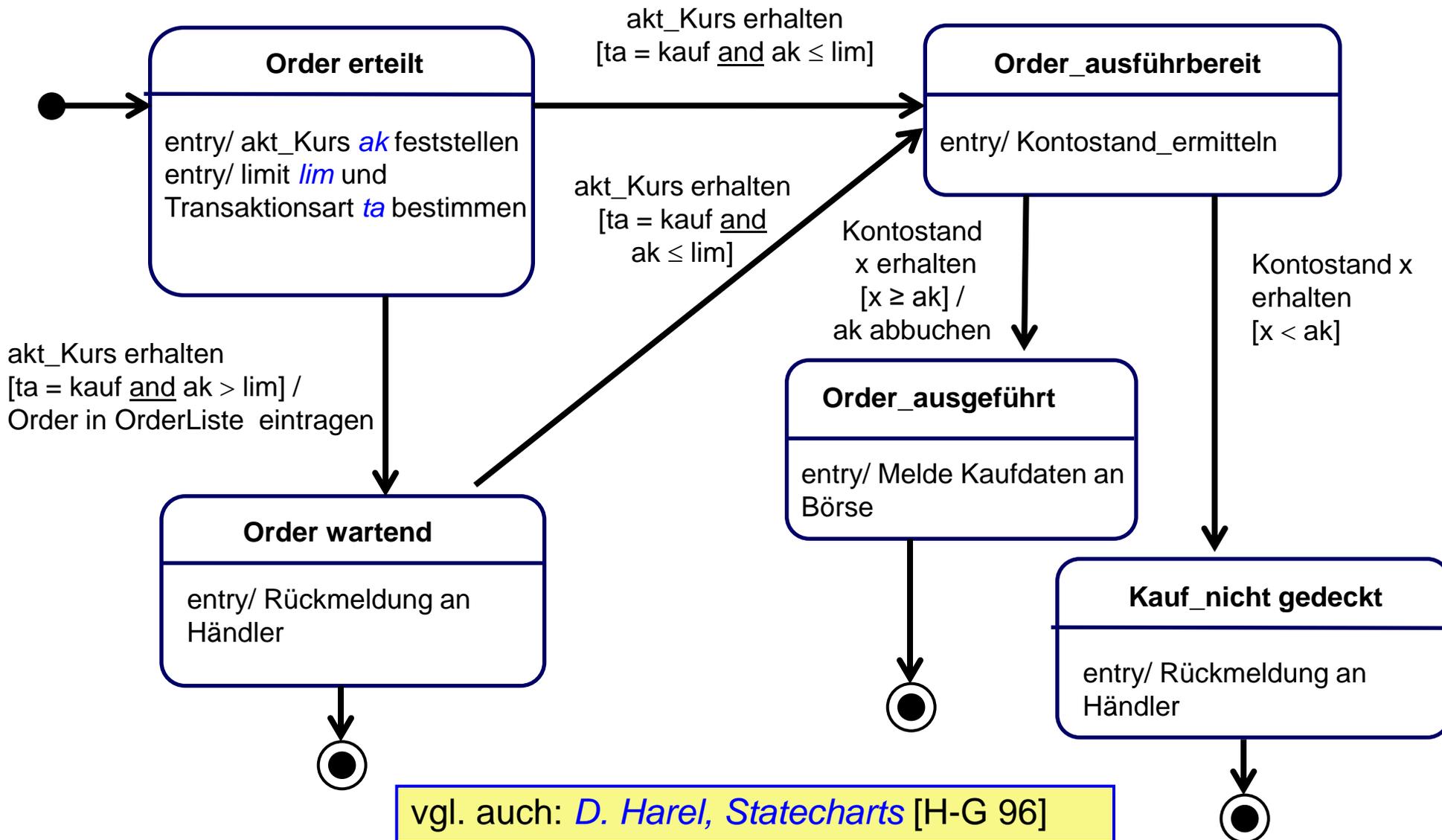
Automaten-Ansatz: Beispiel: Zustands-Matrix

Ereignis Zustand	eingehängt	abgehoben	besetzte Nr. angew.	freie Nr. angew.	Pa. hat abgeh.
in Ruhe		wählbereit			
wählbereit	in Ruhe		besetzt	rufend	
besetzt	in Ruhe				
rufend	in Ruhe				verbunden
verbunden					

Rück- meldung
Kein Ton
Wählton
Besetzt-Ton
Ruf-Ton
Partn.-Ton

- **Zeilen:** markiert durch alle möglichen Zustände
- **Spalten:** markiert durch alle möglichen Ereignisse
- **Matrixelemente (Zellen):** markiert durch Folgezustände
- **Zusätzliche Spalte:** für System-Rückmeldungen

Automaten-Ansatz: Beispiel: UML-Zustandsdiagramm



Mathematischer Ansatz: System dynamics

- **Jay W. Forrester** (geb. 1918) entwickelt in den 1950-er Jahren am *MIT, Boston* eine Methode zur Modellierung dynamischer Systeme, genannt *System dynamics*.
- Seine Methode wurde u.a. zur Grundlage der Arbeit des *Club of Rome* und des bahnbrechenden Buches *Limits to Growth* (dt.: *Die Grenzen des Wachstums*) von 1972 [Mea 72]



Schwerpunkte der Methodik:

- Qualitative Untersuchung von geschlossenen *Wirkungsketten* (*feedback loops*) mit positiver bzw. negativer Rückkopplung.
- Darstellung und (quantitative) Simulation mit Hilfe von (System-) Flussdiagrammen, bestehend aus variablen Systemgrößen (*stocks*), Veränderungsraten (*flows*) und Hilfsgrößen.
- Anwendungen: vorwiegend in (volks- und betriebs-) wirtschaftlichen und sozialen Systemen.

Mathematischer Ansatz (H. Bossel): **Systeme, Dynamik, Simulation**



Hartmut Bossel: geb. 1935;

- 1967 Ph.D. of Engineering, Univ. of Berkeley, CA
- 1973/74: Mitarbeiter am Weltmodell-2 des *Club of Rome*
- bis 1997 Prof. für Umwelt-Systemanalyse und Leiter des Wissenschaftlichen Zentrums für Umweltsystemforschung (CESR).

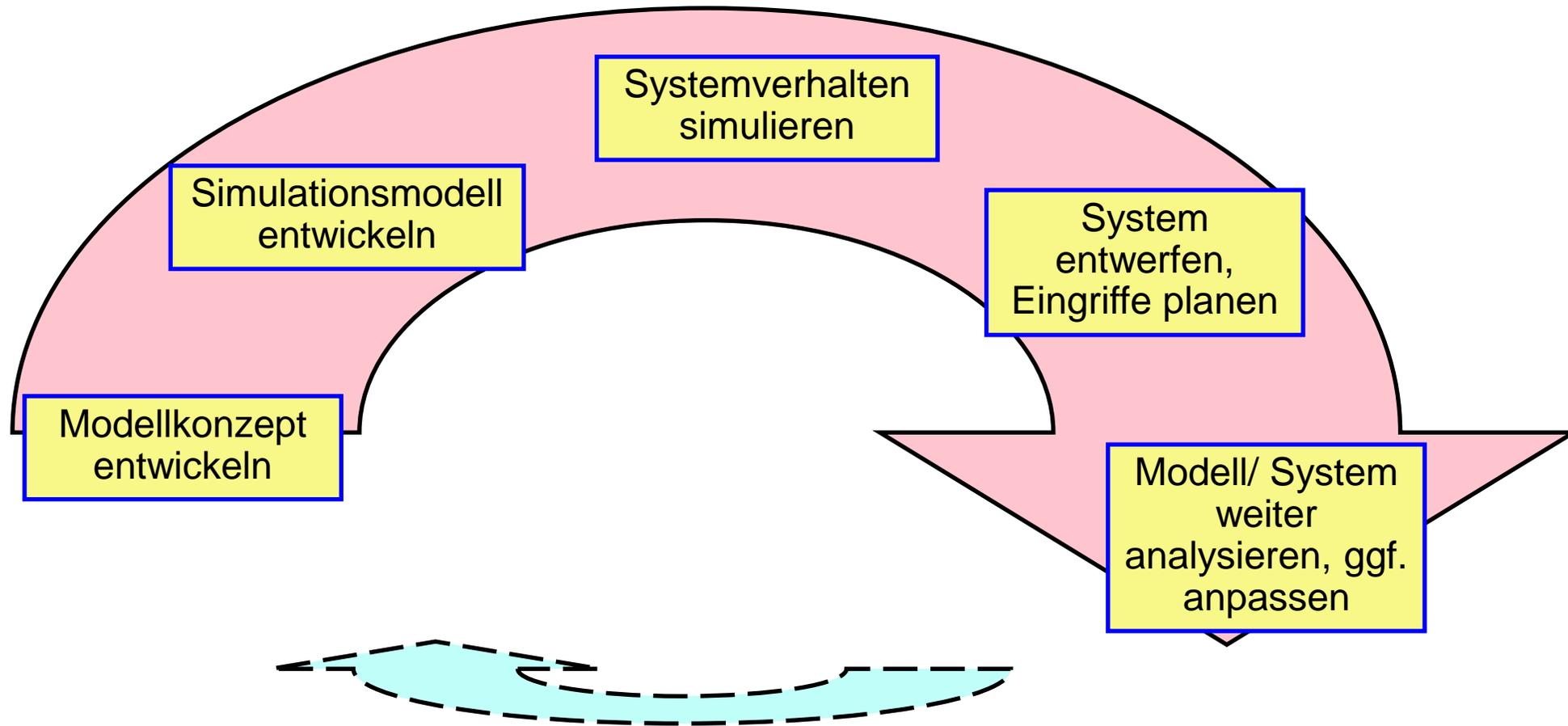
H. Bossel hat eine Methodik zur mathematischen Modellierung und Simulation komplexer dynamischer Systeme entwickelt, u.a. aufbauend auf Forrester's *System dynamics*.

Er hat zahlreiche prototypische Anwendungen seiner Methode analysiert, modelliert und die Simulationen in einem Kompendium namens *Systemzoo* dokumentiert.

Wichtige Veröffentlichungen:

- Buch „Globale Wende“ [Bos 98]
- Buch „Systeme, Dynamik, Simulation: Modellbildung, Analyse und Simulation komplexer Systeme“ [Bos 04]
- Systemzoo 1-3 [Bos 04a]

Vorgehen zur Modellierung und Simulation



nach H. Bossel [Bos 04]

Vorgehen bei der Modellbildung und Simulation

Nach H. Bossel durchläuft der Systemanalyse-Prozess die folgenden Schritte (vgl. [Bos 04]):

- ***Modellkonzept entwickeln***

Maßgeblich dafür: Modellzweck, Abgrenzung, Systemkonzept ("Wortmodell"), Wirkungsstruktur, Qualitative Analyse

- ***Simulationsmodell entwickeln***

Dimensionale Analyse (der Elemente der Wirkungsstruktur), Ermittlung funktionaler Beziehungen, Quantifizierung der Beziehungen, Darstellung im Simulationsdiagramm,

- ***Systemverhalten simulieren***

Auswahl der Simulations-Software, Bestimmung von System- und Laufzeitparametern, Programmierung, Ergebnisdarstellung, Gültigkeitsprüfung

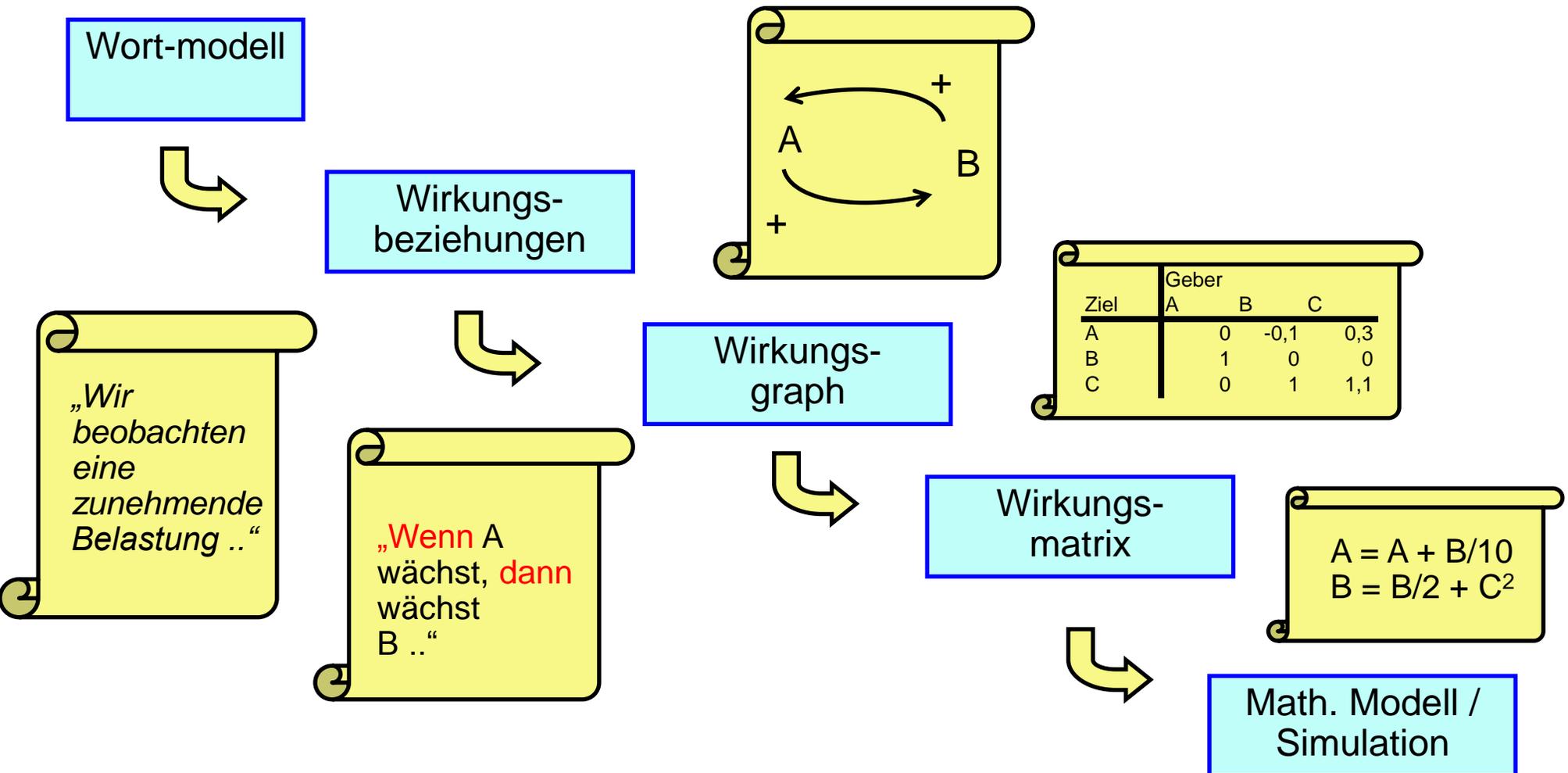
- ***System entwerfen und Eingriffe planen***

Eingriffsplanung, Systemänderung und Optimierung, Stabilisierung durch Parameter- und Strukturänderungen

- ***Modell und System weiter analysieren, ggf. anpassen***

(u.a.) Ermittlung von Gleichgewichtspunkten, Linearisierung, Parameter-Variation

Vom Wortmodell zur Simulation



Mathematischer Ansatz: Beispiel Bevölkerungsentwicklung

1. Schritt: *Wortmodell*

".. Bei einer Verdoppelung der Bevölkerungszahl verdoppelt sich auch die Zahl der Eltern und wenn man ... von einer konstanten Geburtenzahl pro Elternpaar ausgeht, auch die Zahl der Geburten. Diese .. hängt .. entscheidend von der Geburtenrate ab, d.h. von der Zahl der Geburten pro Jahr bezogen auf eine bestimmte Einwohnerzahl.

Ähnliche Überlegungen gelten für die Zahl der Sterbefälle pro Jahr. "

(n. H. Bossel, [Bos 04a, Systemzoo 1])

2. Schritt: *Wirkungsbeziehungen*

- Wenn die *Bevölkerung* wächst, so wächst die *Zahl der Eltern* proportional.
- Wenn die *Zahl der Eltern* wächst, so wächst entsprechend der Geburtenrate die *Zahl der Geburten*.
- Wenn die *Bevölkerung* wächst, so wächst entsprechend der Sterberate die *Zahl der Sterbefälle*.

(n. H. Bossel, [Bos 04])

Beispiel Bevölkerungsentwicklung: Schritt 3

3. Schritt: Wirkungsgraph

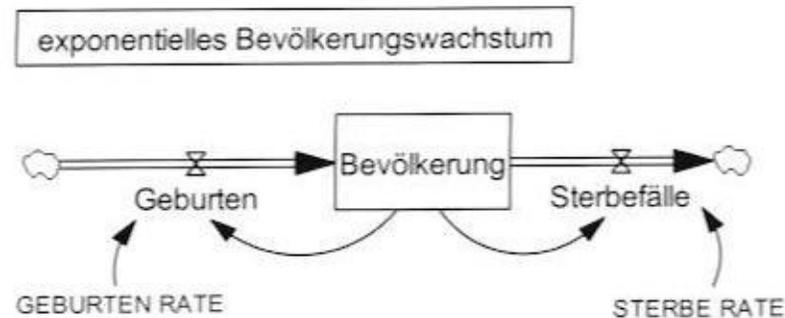


Abb. Z106Aa: Simulationsdiagramm für konstante Veränderungsdaten.

Notation:

xyz	Zustandsgröße (Variable, <i>stock</i>)
\Longrightarrow	Zustandsübergang (<i>flow</i>)
$\begin{array}{c} \nabla \\ \Longrightarrow \\ \triangle \\ xyz \end{array}$	Zustandsübergangsgröße („Wandler“)
XYZ	Parameter (vorwiegend konstant)

Beispiel Bevölkerungsentwicklung: Schritt 4

4. Schritt: *Wirkungsmatrix*

Geburten	= Geburtenrate * Bevölkerung
Sterbefälle	= Sterberate * Bevölkerung
Bevölkerung(neu)	= Bevölkerung(alt) + (Geburten-Sterbefälle) * Jahr
Bevölkerung(t)	= Bevölkerung(t- Δt) + (Geburten-Sterbefälle) * Δt

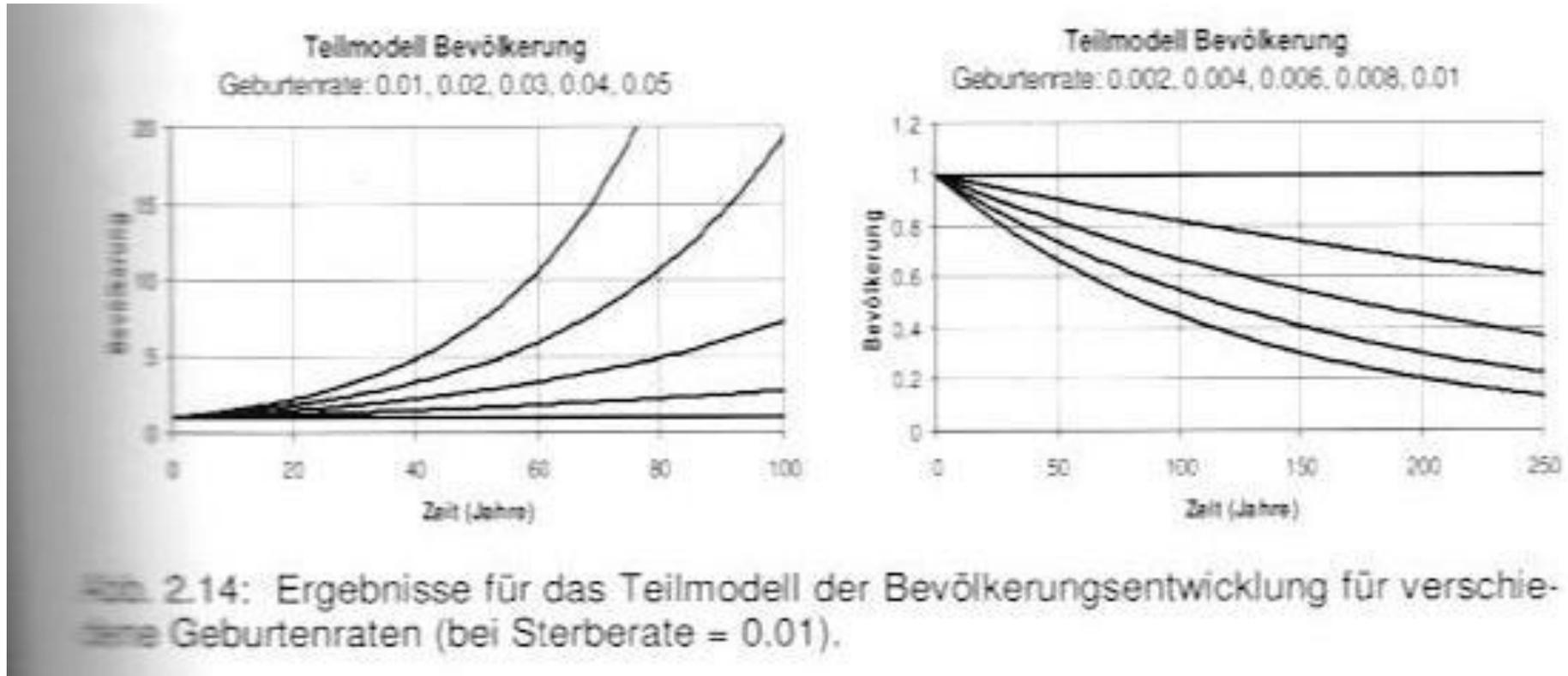
Beispiel Bevölkerungsentwicklung: Schritt 5

5. Schritt: *Mathematisches Modell und Simulation*

	Konstanten		
Geburtenrate		0,03	
Sterberate		0,01	
Zeit_end		100	
DT		0,5	
	Simulation	Tabellenkalkulation	
Zeit		0 = Zeit + DT	Formeln der li. Nachbarspalte kopieren, bis Zeit_end erreicht - hier: 200 Schritte
Bevölkerung		1 = Bevölkerung + (Geburten - Sterbefälle) * DT (s. links)	
Geburten	= Geburtenrate * Bevölkerung	(s. links)	
Sterbefälle	= Sterberate * Bevölkerung	(s. links)	
P	= $1 * \exp((\text{Geburtenrate} - \text{Sterberate}) * \text{Zeit})$	(s. links)	

Analytische Lösung: $\text{Bevölkerung}(t) = \text{Bevölkerung}_{\text{Anf}} * e^{(\text{Geburtenrate} - \text{Sterberate}) t}$

Ergebnisse für *Bevölkerungsentwicklung*



Bossels *Systemzoo*

Zielsetzung: für Lehrveranstaltungen, Praktika und Projektarbeit in Schule, Hochschule und Forschung und zum Selbststudium.

Systemzoo 1: Modelle elementarer Prozesse und komplexer Systeme aus Technik und Physik – z.B.

Elementarsysteme

- Exponentielles Wachstum und Zerfall
- Logistisches Wachstum, exponentielle Verzögerung (exp. Leck)
- Bevölkerungsdynamik
- Ansteckungsvorgang
- Mehrfache Integration und Verzögerung
- Lineare (z.B. Feder-/ Masse-System), bistabile, chaotische Schwinger

Technik und Physik

- Rotationspendel
- Nicht-elementare Schwinger
- Wärme, Wetter und Chaos
- Balancierer, Aufwindsuche, Flugdynamik
- Hausheizung, Wärmefluss, Grenzschichtströmung

Systemzoo 2

Klima und Vegetation

- Wasserversorgung, Karbonzyklus, CO₂-Dynamik, Waldzerstörung
- Autoverkehr und CO₂-Emissionen
- Photosynthese, Waldwachstum, Fortwirtschaft
- Grundwasser, Nährstoffdynamik, Nahrungsversorgung
- Landwirtschaft und Höfesterben

Ökosysteme und Ressourcen

- Räuber und Beute (versch. Varianten)
- Zusammenbruch eines Ökosystems
- Vögel, Insekten und Wald, Pflanzenkonkurrenz, Fischfang
- Tourismus
- Entdeckung von Rohstoffen, Rohstoffausbeutung und –recycling
- Übernutzung und Zusammenbruch,
- Tragödie der Allmende, Nachhaltige Nutzung

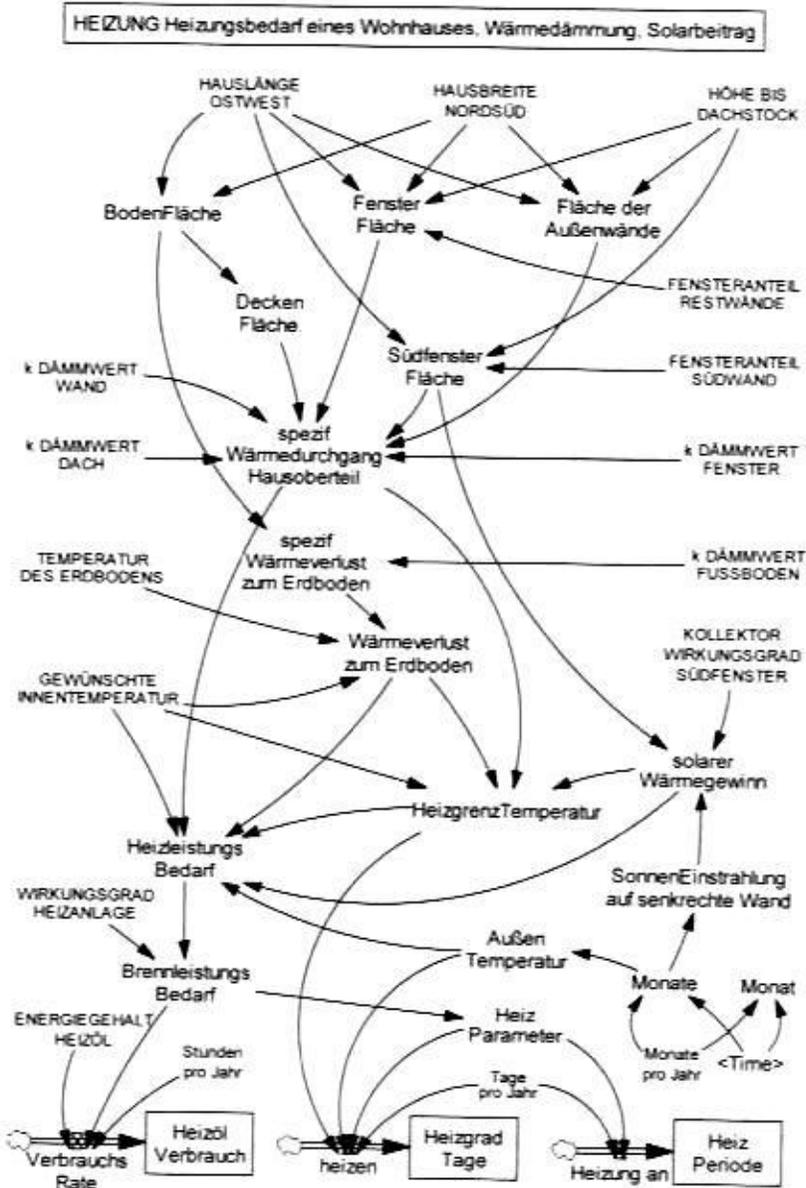
Systemzoo 3

Modelle aus Wirtschaft, Gesellschaft

- Lagerhaltung, Bestellung, Auftragsbestand
- Produktionsszyklus
- Markt und Preis, Marktkonkurrenz, Konkurrenz um Ressourcen
- Eskalation, Abhängigkeit, Aggression
- Lebensplanung, Einkommen, Arbeitsplätze, Arbeitslosigkeit
- Nahverkehr, Ökosteuer und Auto

Globale Entwicklung

- Bevölkerungsentwicklung, Kommunale Entwicklung, Miniwelt
- Schuldenkrise, Globalisierung und Konkurrenz, Dorf in Afrika
- Weltmodelle des Club of Rome (Forrester, Meadows)
- Wissensverarbeitung für Folgenabschätzungen
- Syndrome globaler Entwicklung



Beispiel Hausheizung (aus: Systemzoo 1)

Ziel: *Gewünschte Innentemperatur* (ganzjährig) herstellen bei minimalem *Heizölverbrauch*.

Parameter (u.a.):

- . Hauslänge / -breite /-höhe
- . Fensteranteile
- . k-Dämmwerte Wand / Fenster /Dach
- . Temperatur Erdboden
- . Sonneneinstrahlung
- . Wirkungsgrad Heiz- / Solaranlagen

Abb. Z212b: Simulationsdiagramm der Hausheizungs-dynamik.

Beispiel Hausheizung

Simulations-Ergebnisse

A.T.

Br.-bed.
sol.Wg.

H.z.-V.

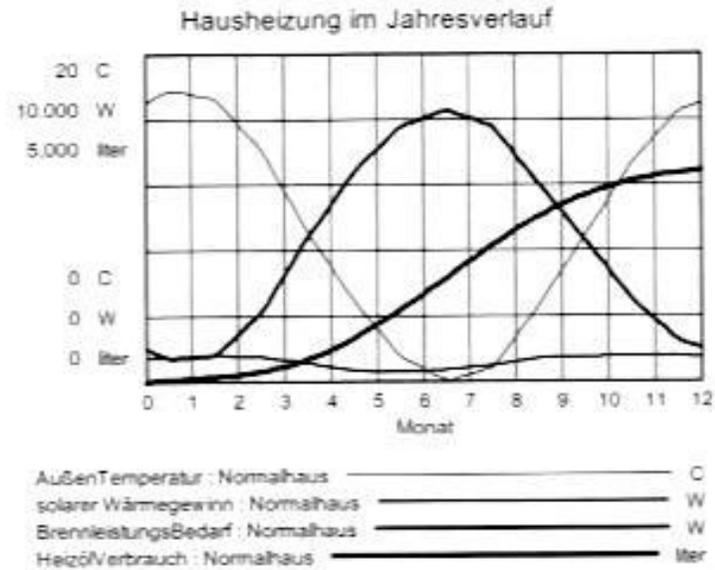


Abb. Z212c: Heizgrößen bei schlecht wärmedämmtem Normalhaus.

A.T.

sol.Wg.

Br.-bed.
H.z.-V.

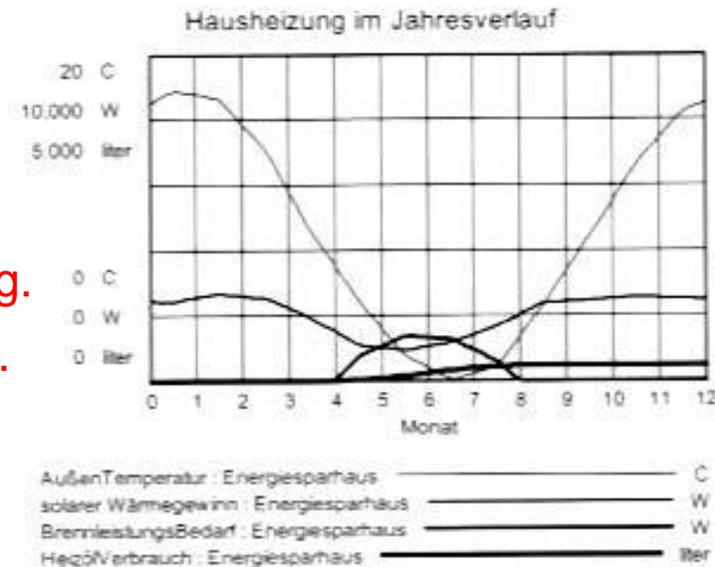


Abb. Z212d: Heizgrößen bei gut wärmedämmtem Energiesparhaus.

Mechanismen des Wandels

Systemveränderungen:

- von innen (aus dem System heraus) oder: - von außen
- Mögliche Gründe für *notwendige grundsätzliche* Veränderungen:
 - .. *Systemverhalten* verletzt eigene Entwicklungs- und Überlebensbedingungen („System läuft aus dem Ruder“),
 - .. *Umwelteinflüsse* gefährden Fortexistenz des Systems in ggw. Form. (*äuß. Bedrohung*)
- Mögliche *Auslöser* von Veränderungen:
 - .. *Attraktoren*: Ziel-Ausprägungen für wesentliche System-Eigenschaften (Bsp: Konzept „Stadt“ für an Grenzen stoßende Dorfbevölkerung)
 - .. *Distraktoren*: Ausprägungen von als unattraktiv empfundenen Systemeigenschaften (Bsp: Plattenbau-Siedlung als Wohnform)
- Arten von Systemübergängen: *Fluktuation* / *Bifurkation* / *Chaos*:
 - .. *Fluktuation*: stetiges, lineares oder annähernd lineares Systemverhalten
 - .. *Bifurkation*: Fortschreitung aus einer (oft instabilen) Krisensituationen in die eine oder andere mögliche Richtung („Herkules am Scheidewege“)
 - .. *Chaos*: Ungeordnetes, nicht-lineares, hochgradig instabiles Systemverhalten

vgl. auch [Bos 98], S. 87 ff.

Selbstorganisation und Zusammenwirken

Selbstorganisation in einem dynamischen System: Gestaltende und beschränkende Einflüsse gehen von den Elementen des Systems selbst aus.

- System verändert seine Struktur und Funktion aufgrund von neuen Anforderungen.
- Selbstorganisation ist Grundphänomen des Universums und findet insb. in biologischen Systemen und Gemeinschaften statt.

Zusammenwirken (auch: Kanalisierung, Synchronisation, Synergie, ..): Tendenz nichtlinearer, schwingender Systeme, Schwingungen verschiedener Frequenz zu synchronisieren.

- Zusammenwirken bewirkt synergetische Verstärkung durch Kooperation (Bsp. aus der Physik: Laser-Licht)

Vgl. dazu auch: **Autopoiese**,
Arbeiten von Maturana & Varela
„*Kognitive Biologie*“ [M-V 90]

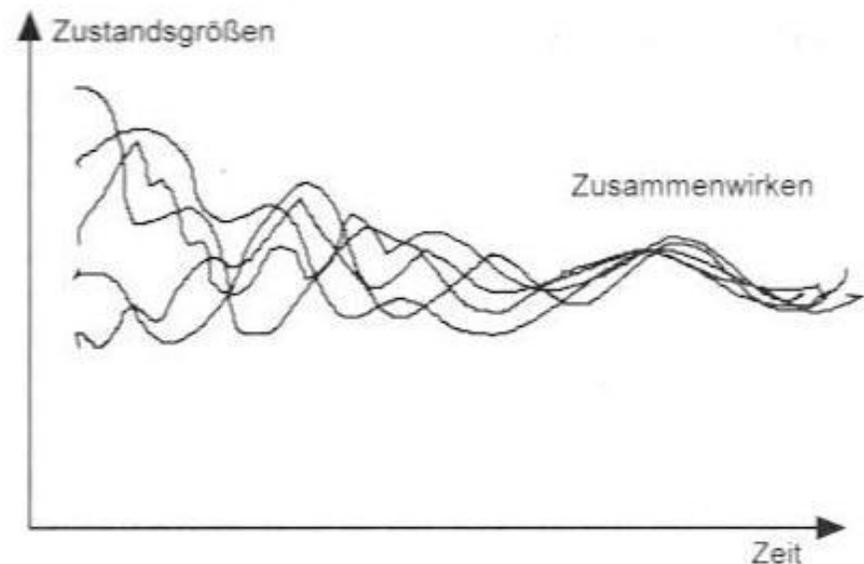


Abb. aus [Bos 98], S. 93

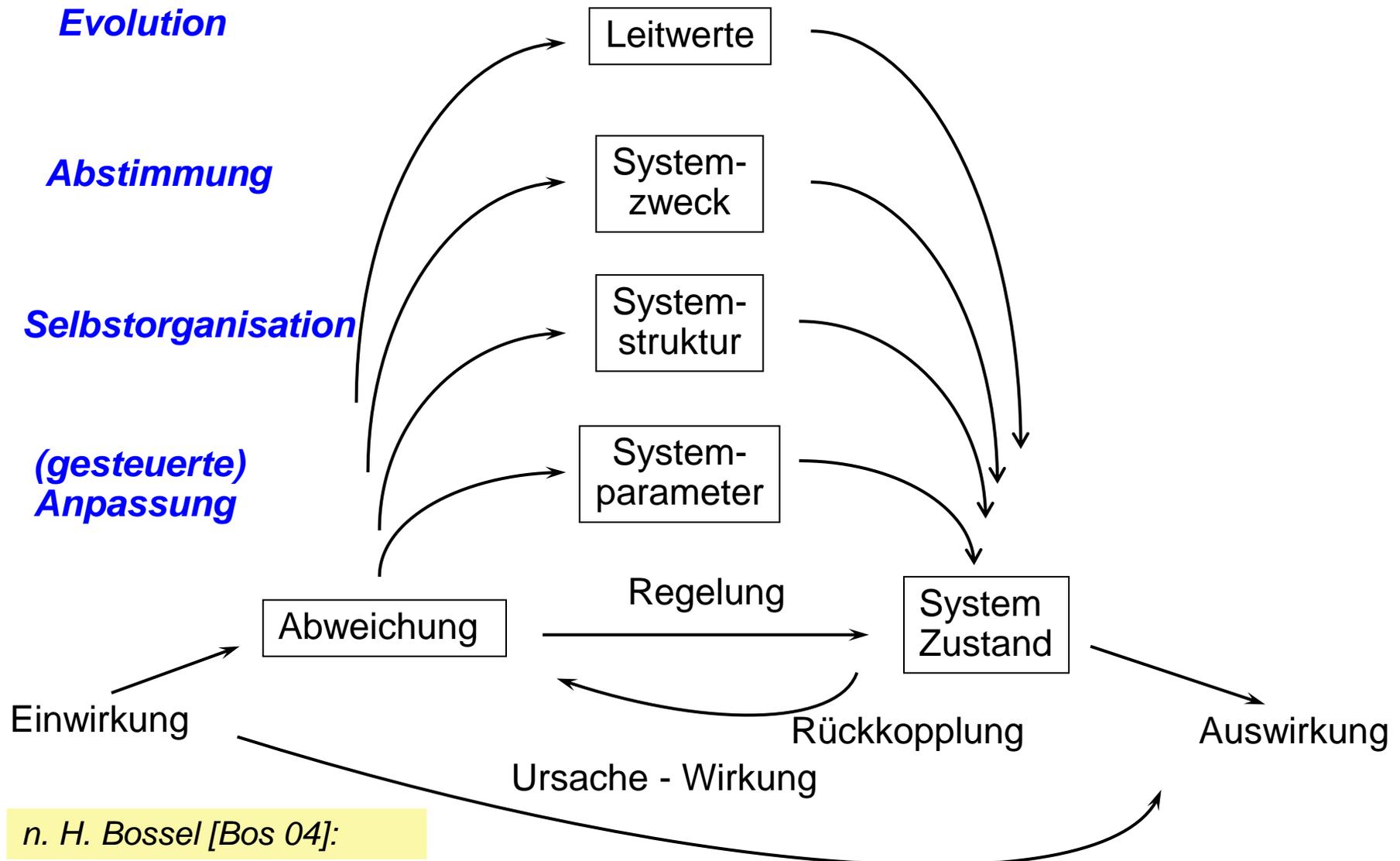
(Betrachtungs-) Ebenen der Systemdynamik

Veränderungs- und Anpassungsprozesse können in komplexen Systemen auf verschiedenen *Ebenen* erfolgen:

- *Steuerungs*-Ebene: Systemparameter werden verändert (verändern sich), um das System besser an gewünschte Bedingungen anzupassen.
- *Strukturelle* Ebene: Die Systemstruktur wird verändert (verändert sich durch Selbstorganisation), um wachsenden Herausforderungen gerecht zu werden.
- *Orientierungs*-Ebene: Systemziele und Systemzweck werden in Frage gestellt und ggf. neu definiert.
- *Evolutionäre* Ebene: Systeme passen sich langfristig an fundamentale Systemerfordernisse („Leitwerte“) an, z.B. durch Mutation und Selektion an veränderte Umweltbedingungen .

⇒ vgl. nächste Folie

Verhalten komplexer Systeme



Mathematischer Ansatz: Arbeitsbeispiel Weltmodell – Schritt 1

1. Schritt: Wortmodell

".. Wir beobachten weltweit eine zunehmende Belastung der natürlichen Ressourcen und .. Umwelt. Sie ergibt sich vor allem aus der ständigen Zunahme der Bevölkerung und den .. damit verbundenen Verbräuchen verschiedenster Rohstoffe .. sowie Abgaben von Abfallstoffen an die Umwelt.

Eine wichtige Bestimmungsgröße dieser .. Belastung ist der Verbrauch an Rohstoffen und Energie. Dieser steigt tendenziell mit der wachsenden Umweltbelastung (z.B. durch mehr Aufwendungen für Umweltschutz und Abbau). ...

Die wachsende Umweltbelastung .. sowie die schwindende Ressourcenbasis haben Rückwirkungen auf die Gesundheit und Lebenserwartung der Bevölkerung.

Umweltbelastung und Ressourcenabbau führen zu wachsenden gesellschaftlichen Kosten, die wiederum zunehmendes gesellschaftliches Handeln erwarten lassen, um schädlichen Entwicklungen zu begegnen. .."

(n. H. Bossel, [Bos 04])

Beispiel Weltmodell – Schritt 2

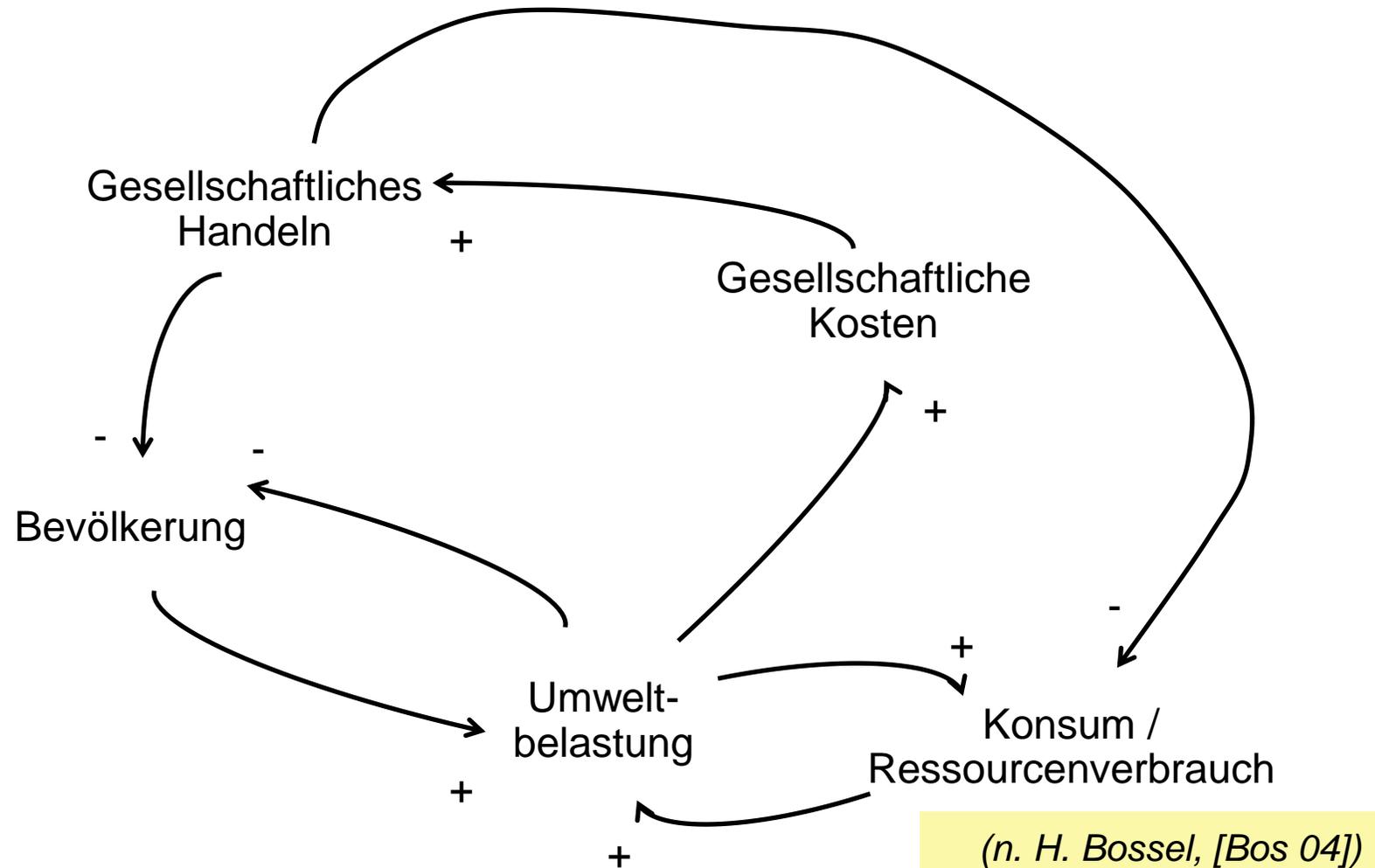
2. Schritt: *Wirkungsbeziehungen*

- Wenn die *Bevölkerung* wächst, so wächst auch die *Umwelt-* und *Ressourcenbelastung*.
- Wenn die *Umwelt-* und *Ressourcenbelastung* wächst, so wächst auch der *Ressourcenverbrauch*.
- Wenn der *Ressourcenverbrauch* wächst, so wächst auch die *Umwelt-* und *Ressourcenbelastung*.
- Wenn sich die *Umwelt-* und *Ressourcenbelastung* erhöht, so vermindert sich die *Bevölkerungszahl*.
- Wenn sich die *Umwelt-* und *Ressourcenbelastung* erhöht, so erhöhen sich damit auch die *gesellschaftlichen Kosten*.
- Wenn sich die *gesellschaftlichen Kosten* erhöhen, so ist mit entsprechend mehr *gesellschaftlichem Handeln* zu rechnen.
- *Gesellschaftliches Handeln* wird dafür sorgen, dass zu starkes *Bevölkerungswachstum* reduziert wird.
- *Gesellschaftliches Handeln* wird dafür sorgen, dass zu hoher *Ressourcenverbrauch* reduziert wird.

(n. H. Bossel, [Bos 04])

Beispiel Weltmodell – Schritt 3

3. Schritt: Wirkungsgraph



Beispiel Weltmodell – Schritt 4

4. Schritt: *Wirkungsmatrix*

Gebergrößen				
Zielgrößen	Bevölkerung	Umweltbelastung	Konsum	Handeln
Bevölkerung	0	-0,1	0	-0,1
Umweltbelastung	1	0	1	0
Konsum	0	1,1	0	-1
Handeln	0	C	0	0
C = später zu spezifizierender Eingriffsparameter				

In der Wirkungsmatrix wird die im Wirkungsgraphen enthaltene Information systematisch dargestellt und quantifiziert.

Beispiel:

Wenn die Umweltbelastung um 1 % steigt, dann nimmt die Bevölkerung um 0.1 % ab.

Beispiel Weltmodell – Schritt 5

5. Schritt: *Mathematisches Modell und Simulation*

Aus der Wirkungsmatrix werden – falls notwendig nach Aufteilung in Teilmodelle – *mathematische Formeln* und *(Differential-) Gleichungen* oder abgeleitet.

Beispiel:

Wenn die Umweltbelastung um x % steigt, dann nimmt die Bevölkerung um $0.x$ % ab

$$\Rightarrow \text{Bev}' = \text{Bev} - \text{Bev} * \underbrace{[(\text{UmBel}' - \text{UmBel}) / \text{UmBel}]}_x / 100.$$

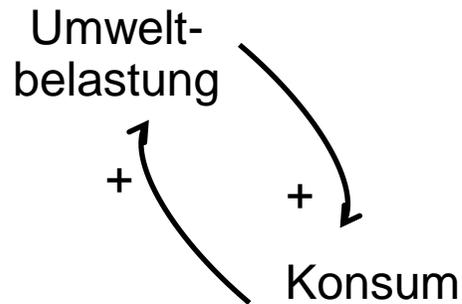
Aus den mathematischen Beziehungen (oder direkt aus der Wirkungsmatrix) wird ein *Simulationsprogramm* abgeleitet.

Beispiele für Simulationsprogramme:

- *Papier-Computer* , Spiel "*Ökolopoly*" von F. Vester [Ves 01]
- *Systemzoo* von H. Bossel [Bos 04a]

Spezialfall *Positive Rückkopplung*

Beispiel aus dem Wirkungsgraph:



Prinzip *Wachstum*:

$$x' = x + p \cdot x \quad p = \text{Wachstumsfaktor, z.B.}$$

$$p = 0.05, \text{ d.h. } 5\% \text{ Wachstum}$$

$$x' = x (1+p)$$

$$x'' = x' (1+p) = x (1+p)^2$$

...

$$x_n = x (1+p)^n \quad \text{d.h. } x \text{ wächst}$$

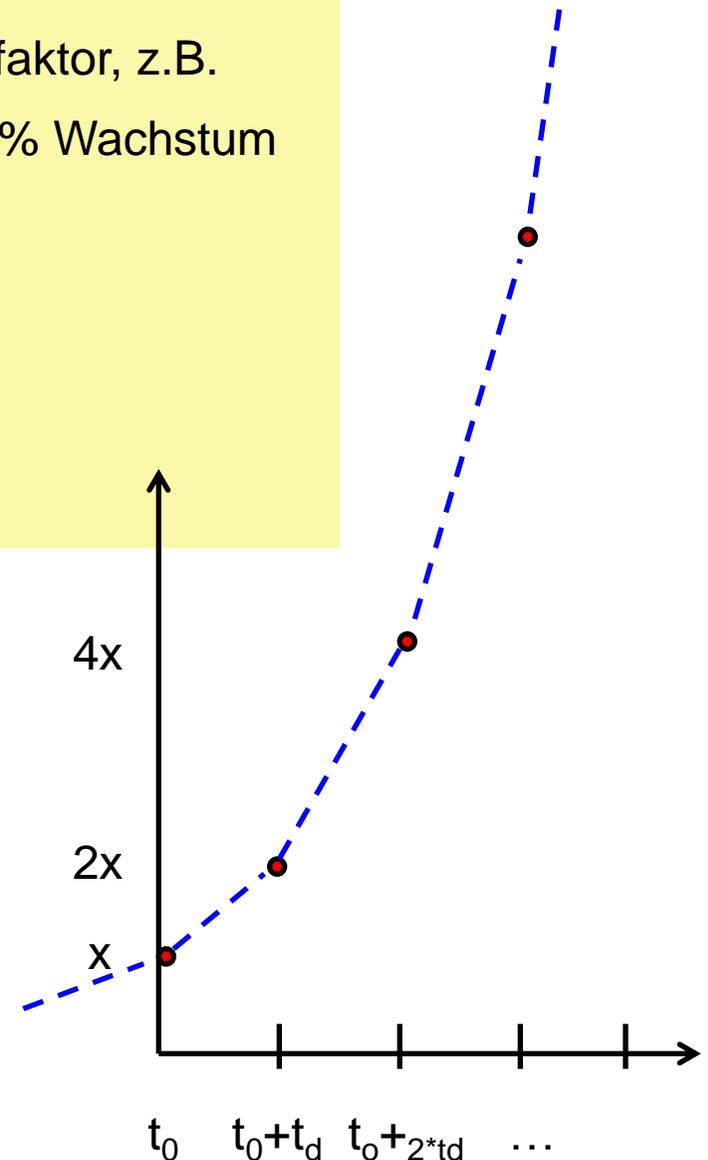
exponentiell

Beispiele:

- 10% Wachstum: $p = 0.10$
 $\Rightarrow x_7 = 1.95$, d.h. Verdoppelung in ca. 7 Jahren
- 7 % Wachstum: $p = 0.07$
 $\Rightarrow x_{10} = 1.97$, d.h. Verdoppelung in ca. 10 Jahren

Faustregel (die sog. 70-er-Regel):

$$p \cdot t_{\text{doppel}} \cong 70$$



Exponentielles Wachstum

Exponentielles Wachstum

	%	0	1,00	2,00	3	3,5	5	7	10	20	50	100
Zeit												
0		100	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100
1		100	101,00	102,00	103,00	103,50	105,00	107,00	110,00	120,00	150,00	200
2		100	102,01	104,04	106,09	107,12	110,25	114,49	121,00	144,00	225,00	400
3		100	103,03	106,12	109,27	110,87	115,76	122,50	133,10	172,80	337,50	800
4		100	104,06	108,24	112,55	114,75	121,55	131,08	146,41	207,36	506,25	1600
5		100	105,10	110,41	115,93	118,77	127,63	140,26	161,05	248,83	759,38	3200
6		100	106,15	112,62	119,41	122,93	134,01	150,07	177,16	298,60	1139,06	6400
7		100	107,21	114,87	122,99	127,23	140,71	160,58	194,87	358,32	1708,59	12800
8		100	108,29	117,17	126,68	131,68	147,75	171,82	214,36	429,98	2562,89	25600
9		100	109,37	119,51	130,48	136,29	155,13	183,85	235,79	515,98	3844,34	51200
10		100	110,46	121,90	134,39	141,06	162,89	196,72	259,37	619,17	5766,50	102400
11		100	111,57	124,34	138,42	146,00	171,03	210,49	285,31	743,01	8649,76	204800
12		100	112,68	126,82	142,58	151,11	179,59	225,22	313,84	891,61	12974,63	409600
13		100	113,81	129,36	146,85	156,40	188,56	240,98	345,23	1069,93	19461,95	819200
14		100	114,95	131,95	151,26	161,87	197,99	257,85	379,75	1283,92	29192,93	1638400
15		100	116,10	134,59	155,80	167,53	207,89	275,90	417,72	1540,70	43789,39	3276800
16		100	117,26	137,28	160,47	173,40	218,29	295,22	459,50	1848,84	65684,08	6553600
17		100	118,43	140,02	165,28	179,47	229,20	315,88	505,45	2218,61	98526,13	13107200
18		100	119,61	142,82	170,24	185,75	240,66	337,99	555,99	2662,33	147789,19	26214400
19		100	120,81	145,68	175,35	192,25	252,70	361,65	611,59	3194,80	221683,78	52428800
20		100	122,02	148,59	180,61	198,98	265,33	386,97	672,75	3833,76	332525,67	104857600

Nachtrag zum "Weltmodell"

- *Weltmodelle*: seit den 1970-er Jahren systematisch entwickelt im Zuge der Diskussion um die *Grenzen des Wachstums* (vgl. Meadows et al. [Mea 72], [Mea 92]).
- *World3* von Meadows et al.: geht auf Weltmodell *World2* von Jay Forrester vom MIT (1970) zurück.
- *Forrester*: Entwickler der Methode "*System Dynamics*", hatte großen Einfluss auf die Umwelt- und Klimaforschung und auch auf den Ansatz von H. Bossel (vgl. oben).
- *World 3*: sehr komplexes Modell mit 18 Zustandsgrößen, 60 Parametern, 52 Tabellenfunktionen, ca. 200 Gleichungen für Zwischengrößen und Veränderungsraten.
- Bossels "*Miniwelt*" ist einfacher und kleiner – weist aber qualitativ ähnliches Verhalten (und ähnliche Prognosen) auf.
- Danach wird die Bevölkerung (und parallel dazu die Industrie- und Nahrungsmittelproduktion) zunächst weiter ansteigen, erhöhte Umweltbelastungen nach sich ziehen und schließlich zu einem "Kippen" der Bevölkerungsentwicklung führen.

(vgl. [Bos 04], S. 109ff.)

Literatur

- [Bos 98] H. Bossel: Globale Wende – Wege zu einem gesellschaftlichen und ökonomischen Strukturwandel, Droemer-Knauer 1998:
- [Bos 04] H. Bossel, Hartmut (2004): Systeme, Dynamik, Simulation: Modellbildung, Analyse und Simulation komplexer Systeme. Books on Demand, Norderstedt/Germany, 2004
- [Bos 04a] H. Bossel: Systemzoo 1-3 Books on Demand, Norderstedt/Germany, 2004
- [B-D 04] B. Bruegge, A.H. Dutoit: Object-oriented Software Engineering 2nd Ed., Prentice Hall 2004. Dt. Ausgabe: Objektorientierte Softwaretechnik, Pearson Studium 2004
- [Dör 04] D. Dörner: *Die Logik des Misslingens – Strategisches Denken in komplexen Situationen*. 2. Aufl., Reinbek/Hamburg 2004
- [For 77] J. W. Forrester: *Industrial dynamics*. 9. Aufl., Cambridge 1977
- [Fow 04] M. Fowler: UML konzentriert. Addison-Wesley eBook 2004
- [H-G 96] D. Harel, E. Gery: Executable object modelling with statecharts. Proc. 18th Int'l. Conf. on Software Eng., Berlin, pp. 246-257, IEEE 1996
- [H-K 99] M. Hitz, G. Kappel: UML@Work. dpunkt.verlag 1999
- [H-M 08] W. Hesse, H.C. Mayr: Modellierung in der Softwaretechnik: eine Bestandsaufnahme Informatik-Spektrum 31.5, pp. 377-393 (2008)
- [K-K 05] U. Kastens, H. Kleine Büning: Modellierung – Grundlagen und formale Methoden, Hanser 2005

Literatur (Forts.)

- [Mea 72] D.H. Meadows, D.L. Meadows, J. Randers, W.W. Behrens: The limits to growth. Potomac Ass., Washington D.C. 1972
- [Mea 92] D.H. Meadows, D.L. Meadows, J. Randers: Beyond the limits. Chelsea Green, Post Mills VT 1992
- [M-V 90] H. R. Maturana, F.J. Varela: *Der Baum der Erkenntnis: Die biologischen Wurzeln des menschlichen Erkennens*. Goldmann Taschenbuch, 1990,
- [Rei 10] W. Reisig: *Petrinetze - Modellierung, Analyse, Fallstudien*. Vieweg-Teubner 2010
- [UML 01] OMG Unified Modelling Language Specification. Version 1.5 (2001).
<http://www.rational.com/uml/resources/documentation>
- [UML 05] OMG Unified Modelling Language: Superstructure, Version 2.0. Object Management Group 2005 .
- [Ves 01] F. Vester: Die Kunst vernetzt zu denken, dtv 2001