

Übungen zu Informatik 4

Aufgabe 11-1

(Präsenzaufgabe)

Gegeben seien die Grammatik $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S)$ mit den Regeln

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aAA, \\ A &\rightarrow aS \mid bS \mid a \end{aligned}$$

und $w = aaaaabaaa \in \{a, b\}^*$.

- Geben Sie eine Ableitung von w in G an.
- Konstruieren Sie einen KA M , der $\mathcal{L}(G)$ akzeptiert.
- Geben Sie eine Folge von Konfigurationen an, die M beim Akzeptieren von w durchläuft.

Aufgabe 11-2

(Präsenzaufgabe)

Gegeben sei die Sprache $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = 2 \cdot |w|_b\}$.

- Geben Sie einen KA M an, der die Sprache L akzeptiert, und erläutern Sie seine Funktionsweise.
- Geben Sie eine Folge von Konfigurationen an, die M beim Akzeptieren des Wortes $abaaab$ durchläuft.

Aufgabe 11-3

(Präsenzaufgabe)

In Aufgabe 1-3 wurde eine Sprache L_Σ über dem Alphabet $\Sigma = \{\leftarrow, \uparrow, \rightarrow, \downarrow\}$ definiert, die alle geschlossenen Figuren beschreibt, die ein Plotter zeichnen kann. Dabei bezeichnen wir jede Figur, bei der die Anfangs- und Endposition des Druckkopfes übereinstimmen, als geschlossene Figur. Zur besseren Lesbarkeit schreiben wir in dieser Aufgabe Σ in der Form $\Sigma = \{g_{\leftarrow}, g_{\uparrow}, g_{\rightarrow}, g_{\downarrow}\}$.

- Zeigen Sie: L_Σ ist nicht kontextfrei.
- Geben Sie eine monotone Grammatik G_Σ für L_Σ an.
- Zeigen Sie:

- $g_{\leftarrow} g_{\uparrow} g_{\rightarrow} g_{\leftarrow} g_{\downarrow} g_{\rightarrow} \in \mathcal{L}(G_\Sigma)$
- $g_{\leftarrow} g_{\uparrow} g_{\rightarrow} \notin \mathcal{L}(G_\Sigma)$

Aufgabe 11-4

(keine Abgabe)

Gegeben sei die Sprache $L = \{a^i b^{3i} \in \{a, b\}^* \mid i \in \mathbb{N}\}$.

- Geben Sie einen KA M an, der die Sprache L akzeptiert, und erläutern Sie seine Funktionsweise.
- Geben Sie eine Folge von Konfigurationen an, die M beim Akzeptieren des Wortes $aabbbbbb$ durchläuft.

Aufgabe 11-5

(keine Abgabe)

Sei $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_b \text{ und für jedes Präfix } v \text{ von } w \text{ gilt } |v|_a \geq |v|_b\}$.

Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G an, die L erzeugt, und beweisen Sie $\mathcal{L}(G) = L$.

Aufgabe 11-6

(keine Abgabe)

Für einen KA $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \#, E)$ kann die Akzeptanz eines $w \in \Sigma^*$ alternativ wie folgt definiert werden:

- M **akzeptiert w mit leerem Keller**, wenn $(q_0, w, \#) \vdash_M^* (q, \varepsilon, \varepsilon)$ für ein $q \in Q$.

Die Menge $\mathcal{L}_\#(M) = \{w \in \Sigma^* \mid M \text{ akzeptiert } w \text{ mit leerem Keller}\}$ heißt die **von M mit leerem Keller akzeptierte Sprache**.

(Die in Abschnitt 5.3 definierte Akzeptanz heißt auch Akzeptanz **mit Endzustand**.)

Beweisen Sie:

- Zu jedem KA M gibt es einen KA M' mit $\mathcal{L}_\#(M') = \mathcal{L}(M)$.
- Zu jedem KA M gibt es einen KA M' mit $\mathcal{L}(M') = \mathcal{L}_\#(M)$.