

## Prozessalgebra

### Aufgabe 5-1 Iterationsoperatoren

Die Operatorenmenge von  $\mathcal{P}_0$  werde um zwei einstellige Iterationsoperatoren  $*$  und  $\omega$  auf Prozessen erweitert. Die Semantik der Operatoren ist durch folgende Transitionsregeln gegeben:

$$\frac{p \xrightarrow{a} p'}{p^* \xrightarrow{a} p' \cdot p^*} \quad \frac{p \xrightarrow{a} p'}{p^* \xrightarrow{a} p'} \quad \frac{p \xrightarrow{a} \checkmark}{p^* \xrightarrow{a} p^*} \quad \frac{p \xrightarrow{a} \checkmark}{p^* \xrightarrow{a} \checkmark} \quad \frac{p \xrightarrow{a} p'}{p^\omega \xrightarrow{a} p' \cdot p^\omega} \quad \frac{p \xrightarrow{a} \checkmark}{p^\omega \xrightarrow{a} p^\omega}$$

wobei eine Regel der Form  $\frac{P}{Q}$  zu lesen ist als „Falls  $P$ , so  $Q$ “. Die Semantik der anderen Prozessoperatoren  $(+ , \cdot)$  bleibt erhalten.

a) Geben Sie die Semantik von  $a^*, a^\omega$  für eine atomare Aktion  $a \in \mathcal{A}$  durch eine Skizze der entsprechenden markierten Transitionssysteme an.

Zeigen oder widerlegen Sie folgende Behauptungen durch explizite Angabe einer Bisimulation oder den Nachweis, dass keine Bisimulation existieren kann.

- |  |  |
|--|--|
| b) $p^* \Leftrightarrow p + p \cdot p^*$ | d) $(p^\omega)^\omega \Leftrightarrow p^\omega$                      |
| c) $(p^*)^* \Leftrightarrow p^*$         | e) $p \cdot (q \cdot p)^\omega \Leftrightarrow (p \cdot q)^\omega$ . |

### Aufgabe 5-2 Mehrfachausführung atomarer Aktionen (keine Abgabe)

Sei  $a \in \mathcal{A}$  und  $a^1 \equiv a, a^{i+1} \equiv a \cdot a^i$ . Zeigen Sie, dass  $a \parallel a^i = a^{i+1}$  für alle  $i > 0$ .

### Aufgabe 5-3 Gleichheiten in $\mathcal{P}_1$ (8 Punkte)

Es seien  $a, b, c, d, e \in \mathcal{A}$ . Geben Sie zu jedem der folgenden Prozesse aus  $\mathcal{P}_1$  einen bisimilaren Prozess aus  $\mathcal{P}_0$  und eine Herleitung der entsprechenden Gleichheit im System  $\Sigma_{SPP}$  an.

- |                          |                                |
|--------------------------|--------------------------------|
| a) $(a + b) \parallel c$ | c) $(a + b) \parallel (a + b)$ |
| b) $aa \parallel bb$     | d) $abc \parallel (d + e)$     |

### Aufgabe 5-4 Fahrkartenautomat mit Wechselgeld (4 Punkte)

An einem Fahrkartenautomaten kann man fortwährend für 1 € eine Kurzstreckenfahrkarte erwerben, für 2 € einen normalen Fahrschein. Der Automat akzeptiert 5 €-Scheine und gibt Wechselgeld zurück, sofern er über genügend Wechselgeld verfügt. Ist dies nicht der Fall, so muss passend gezahlt werden. Der Wechselgeldspeicher kann nur vom Wartungspersonal befüllt werden.

Modellieren Sie einen solchen Fahrkartenautomaten durch einen iterativen Prozess unter Verwendung der Iterationsoperatoren aus Aufgabe 5-1. Es soll nicht modelliert werden, wann dem Automaten das Wechselgeld ausgeht; dies soll durch eine nichtdeterministische Auswahl berücksichtigt werden.

Geben Sie die Menge der in Ihrem Modell verwendeten atomaren Aktionen explizit an und erklären Sie kurz deren Bedeutung (z.B. 1€: Einwurf einer 1€ Münze). Begründen Sie, dass Ihr Prozess den obigen Fahrkartenautomaten modelliert.

**Besprechung von 5-1, 5-2:** 11.5.2005; **Abgabe und Besprechung 5-3, 5-4:** 18.5.2005.