Ludwig-Maximilians-Universität München WS 2002/2003
Institut für Informatik Blatt 3
Prof. Dr. F. Kröger, Dr. M. Hölzl, Dr. D. Pattinson, J. Zappe

Übungen zu Informatik I

Aufgabe 3-1 **Ermäßigung im Kino** (keine Abgabe)

Ein Kino eröffnet neu im Monat November; um Besucher anzulocken, einigen sich die Betreiber auf folgendes Rabattschema:

Schwerbehinderte bekommen immer 50 % Rabatt. Studenten bis zu einem Höchstalter von 27 Jahren und Auszubildende, die jünger sind als 23 Jahre, bekommen 30 % Ermäßigung. Der Rabatt verdoppelt sich für alle diejenigen, die (wie das Kino auch) im Monat November Geburtstag haben, jedoch nur bis zu einem Maximum von 70 %. Wer im November Geburtstag hat, bekommt aber mindestens 20 % Rabatt.

a) Geben Sie einen Booleschen Ausdruck an, der in Abhängigkeit von Alter, Geburtsmonat sowie den Eigenschaften, Student, Auszubildender oder schwerbehindert zu sein, bestimmt, ob jemand Ermäßigung bekommt.

b) Geben Sie einen funktionalen Algorithmus (in Pseudocode-Notation) an, der – gegeben die Eingabedaten aus Teilaufgabe (a) – den zu gewährenden Rabatt bestimmt.

Aufgabe 3-2 **Konkatenation** (keine Abgabe)

Für eine Menge A bezeichnet A^*, wie in der Vorlesung, die Menge aller endlichen Folgen über der Menge A.

Die Funktion $@ : A^* \times A^* \rightarrow A^*$ ist wie folgt rekursiv definiert:

1. $\varepsilon @ \beta = \beta$
2. $(a :: \alpha) @ \beta = a :: (\alpha @ \beta)$

Diese Funktion heißt *Konkatenation*. Sie verkettet zwei Folgen.

Zeigen Sie, dass die Länge zweier miteinander konkatenierten Folgen die Summe der Längen der einzelnen Folgen ist, d. h. dass $l(\alpha @ \beta) = l(\alpha) + l(\beta)$ gilt.

Aufgabe 3-3 **Induktion** (keine Abgabe)

Die Menge $N \subseteq \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$ sei wie folgt induktiv definiert:

1. $(0, 0) \in N$ und $(1, 1) \in N$.
2. Falls $(m, n) \in N$, so $(m + 2, n) \in N$.
   Falls $(m, n) \in N$, so $(m, n + 2) \in N$.

Sei $R \subseteq \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$ die Menge aller Paare von natürlichen Zahlen, deren Summe gerade ist, d. h.

$$R = \{(m, n) | (m, n) \in \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \text{ und } m + n \text{ ist gerade}\}.$$

Beweisen Sie, dass $N = R$ ist.

Aufgabe 3-4 **Klassifizierung von Warmblütern** (1 + 2 Punkte)

Bei den warmblütigen Tieren werden in der Biologie folgende Unterscheidungen getroffen: Warmblüter, die Eier legen, sind Vögel, es sei denn, sie besitzen ein mit Drüsen besetztes Haarkleid. Bei Tieren, die über ein mit Drüsen besetztes Haarkleid verfügen und eine Plazenta besitzen, handelt es sich um Plazentatiere. Falls das Tier keine Plazenta besitzt, aber ein mit Drüsen besetztes Haarkleid, liegt ein Beuteltier oder ein Kloakentier vor, je nachdem, ob ein Beutel vorhanden ist oder nicht.

a) Geben Sie einen Booleschen Ausdruck an, der in Abhängigkeit von den Werten der Booleschen Parameter *eierlegend*, *plazenta*, *beutel*, *haarkleid* bestimmt, ob es sich um ein Kloakentier handelt.

b) Geben Sie einen funktionalen Algorithmus (in Pseudocode-Notation) an, der – gegeben die Eingabedaten aus Teilaufgabe (a) – eine der Zahlen 0, 1, 2, oder 3 zurückgibt, je nachdem, ob es sich um einen Vogel (0), ein Plazentatier (1), ein Beuteltier (2) oder ein Kloakentier(3) handelt.

Aufgabe 3-5 **Endliche Folgen** (3 + 4 Punkte)

Wir betrachten die Menge $\mathbb{R}^*$ aller endlichen Folgen reeller Zahlen.

a) Definieren Sie rekursiv eine Funktion $sum : \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$, die für eine endliche Folge $(r_1, \ldots, r_n)$ von reellen Zahlen die Summe der Folgenglieder, also $r_1 + \ldots + r_n$ berechnet.

   Beweisen Sie, dass für die von Ihnen definierte Funktion sum und alle $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^*$ gilt: $sum(\alpha @ \beta) = sum(\alpha) + sum(\beta)$, wobei @ die in Aufgabe 3-2 definierte Konkatenation bezeichnet.

b) Definieren Sie rekursiv eine Funktion $\mathit{filter\text{-}pos} : \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}^*$, die für eine Folge α die Folge berechnet, die entsteht, wenn man aus α alle nicht positiven Folgenglieder entfernt und die ursprüngliche Reihenfolge der verbleibenden Folgenglieder beibehält.

   Beweisen Sie, dass für die von Ihnen definierte Funktion $\mathit{filter\text{-}pos}$ und alle $\alpha \in \mathbb{R}^*$ gilt: $\mathit{filter\text{-}pos}(\mathit{filter\text{-}pos}(\alpha)) = \mathit{filter\text{-}pos}(\alpha)$.

   Hinweis: Verwenden Sie eine Fallunterscheidung gemäß dem ersten Folgenglied.

Aufgabe 3-6 **Boolesche Gesetze** (2 Punkte)

Zeigen Sie für alle $x, y \in \mathbf{bool}$:

a) $x \wedge \mathit{true} = x$

b) $x \vee \mathit{false} = x$

c) $\neg(x \wedge y) = \neg x \vee \neg y$

Abgabe: Dienstag, 5.11.2002, 12:00 Uhr.