Ludwig-Maximilians-Universität München WS 2002/2003
Institut für Informatik Blatt 4
Prof. Dr. F. Kröger, Dr. M. Hölzl, Dr. D. Pattinson, J. Zappe

Übungen zu Informatik I

Aufgabe 4-1 **Quadratzahltest** (keine Abgabe)

Geben Sie einen funktionalen Algorithmus *istquadrat* in Pseudocode-Notation an, der für eine natürliche Zahl n bestimmt, ob n eine Quadratzahl ist.

Aufgabe 4-2 **Curry und Uncurry** (keine Abgabe)

a) Geben Sie einen funktionalen Algorithmus $\mathit{curry}_{\mathbf{nat}}$ in Pseudocode-Notation an, der zu einer Funktion $f \in \mathbf{nat} \times \mathbf{nat} \to \mathbf{nat}$ ihre curried Version bestimmt. Ist der Typ **nat** für die Definition Ihres Algorithmus wichtig?

b) Geben Sie polymorphe Funktionen *curry* und *uncurry* in Pseudocode an, die zu einer Funktion vom Typ $\alpha \times \beta \to \gamma$ bzw. vom Typ $\alpha \to \beta \to \gamma$ die curried Version bzw. die uncurried Version bestimmen.

c) Verwenden Sie *uncurry*, um die Funktionsauswertung $\mathit{eval} \in (\alpha \to \beta) \times \alpha \to \beta$ als Funktional zu definieren. Die Funktionsauswertung bestimmt zu einer Funktion f und einem Wert a ihres Definitionsbereichs den Funktionswert $f(a)$.

Aufgabe 4-3 **Iteration** (keine Abgabe)

Sei A eine beliebige Menge. Zu einem Element $a_0 \in A$ und einer Funktion $f : A \to A$ erlaubt uns das rekursive Definitionsprinzip, eine Funktion $g : \mathbb{N}_0 \to A$ mit folgender Eigenschaft zu definieren: $g(0) = a_0$ und $g(n+1) = f(g(n))$.

a) Geben Sie einen funktionalen polymorphen Algorithmus *It* in Pseudocode-Notation an, der für einen beliebigen Typ α, einen Wert $a \in \alpha$ und eine Funktion $f : \alpha \to \alpha$ diejenige Funktion $g : \mathbf{nat} \to \alpha$ berechnet, die durch $g(0) = a$ und $g(n+1) = f(g(n))$ bestimmt ist.

b) Wir betrachten nun $\alpha = \mathbf{real}$. Geben Sie unter Verwendung der in Teilaufgabe (a) definierten Funktion *It* einen funktionalen Algorithmus in Pseudocode für die Funktion $(x, n) \mapsto x^n$, $(x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}_0)$, an.

Aufgabe 4-4 **Sitzordnung** (2 Punkte)

In einem Raum befinden sich $n \geq 1$ Ehepaare und $2{\cdot}n$ Stühle, die nebeneinander in einer Reihe aufgestellt sind. Alle Anwesenden möchten sich so setzen, dass jeder einen Platz neben seinem Partner einnimmt.

Geben Sie einen funktionalen Algorithmus *sitzordnung* in Pseudocode-Notation an, der für eine natürliche Zahl $n \geq 1$ (Anzahl der Paare) berechnet, in wie vielen verschiedenen Reihenfolgen die $2{\cdot}n$ Personen sitzen können, so dass der Wunsch der Paare, nebeneinander zu sitzen, erfüllt wird.

Erklären Sie *kurz* Ihre Lösungsidee.

Aufgabe 4-5 **Vollkommenheitstest** (4 Punkte)

Für eine ganze Zahl n heißt die ganze Zahl i ein Teiler von n, wenn es eine ganze Zahl k gibt, so dass $n = i \cdot k$ ist. Man schreibt für „i ist Teiler von n" oft $i|n$.

Eine natürliche Zahl $n \geq 1$ heißt **vollkommen**, wenn die Summe ihrer positiven Teiler gleich $2 \cdot n$ ist. Die Zahl 6 z. B. ist eine vollkommene Zahl, da ihre positiven Teiler 1, 2, 3 und 6 sind und $1 + 2 + 3 + 6 = 12 = 2 \cdot 6$ gilt.

Geben Sie einen funktionalen Algorithmus in Pseudocode-Notation an, der für eine natürliche Zahl $n \geq 1$ bestimmt, ob n eine vollkommene Zahl ist oder nicht, und erklären Sie *kurz* Ihre Lösungsidee.

Hinweis: Für $i, n > 0$ gilt $i|n$ genau dann, wenn $n \; mod \; i = 0$.

Aufgabe 4-6 **Nullstellenberechnung** (3 + 3 Punkte)

Eine näherungsweise Nullstelle einer stetigen Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ in einem Intervall $[a, b] \subseteq \mathbb{R}$ mit $a \leq b$ und $f(a) \cdot f(b) \leq 0$, kann mit der Intervallschachtelungsmethode bis auf einen Fehler $\epsilon > 0$ wie folgt berechnet werden:

Falls $b - a < \epsilon$, so ist das Ergebnis a. Anderenfalls bestimme die Intervallmitte $c = (a + b)/2$ und suche eine Nullstelle von f im Intervall $[a, c]$, falls $f(a) \cdot f(c) \leq 0$ ist bzw. im Intervall $[c, b]$ anderenfalls.

a) Wir nehmen an, dass eine stetige Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ bereits definiert ist. Geben Sie einen funktionalen Algorithmus in Pseudocode-Notation an, der für drei reelle Zahlen $a, b, \epsilon \in \mathbb{R}$ mit $a \leq b$, $f(a) \cdot f(b) \leq 0$ und $\epsilon > 0$ einen Wert $x \in [a, b]$ bestimmt, der sich um höchstens ϵ von einer Nullstelle von f unterscheidet.

b) Modifizieren Sie Ihren Algorithmus aus Teilaufgabe (a) so, dass er folgendes leistet: Für eine stetige Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist das Ergebnis eine Funktion, die – für drei reelle Zahlen a, b, ϵ mit $a \leq b$, $f(a) \cdot f(b) \leq 0$ und $\epsilon > 0$ – eine näherungsweise Nullstelle von f im Sinne von Teilaufgabe (a) berechnet.

Erklären Sie jeweils *kurz* Ihre Lösungsidee.

Bitte beachten Sie, dass wir Ihre Lösung nur dann korrigieren und bewerten können, wenn sie als *Textdatei* abgegeben wird.

Abgabe: Dienstag, 12.11.2002, 12:00 Uhr.