Ludwig-Maximilians-Universität München WS 2002/2003
Institut für Informatik Blatt 5
Prof. Dr. F. Kröger, Dr. M. Hölzl, Dr. D. Pattinson, J. Zappe

Übungen zu Informatik I

Aufgabe 5-1 **Bildungsgesetze für Zahlenfolgen** (keine Abgabe)

Die folgenden Zahlenfolgen sind jeweils durch Anwendung eines Bildungsgesetzes entstanden, d.h. ab einem gewissen Folgenglied lassen sich die weiteren Folgenglieder jeweils aus den Vorhergehenden gemäß einer Regel konstruieren.

Finden Sie die zur Konstruktion verwendeten Gesetze, und schreiben Sie SML-Programme *f1, f2, f3*, die diese Zahlenfolgen definieren. Dabei definiert eine Funktion $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ die unendliche Folge $(a_0, a_1, a_2, \ldots)$, wenn für alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt: $a_n = f(n)$.

a) $(0, 1, 3, 7, 15, 31, \ldots)$

b) $(1, 1, 3, 5, 9, 15, 25, \ldots)$

c) $(1, 2, 3, 6, 7, 14, 15, 30, 31, \ldots)$

Aufgabe 5-2 **Partielle Exponentialreihe** (keine Abgabe)

Für eine reelle Zahl x lässt sich e^x als unendliche Reihe $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^i}{i!}$ darstellen. Schreiben Sie ein SML-Programm *partexp*, das folgendes leistet: Zu einer natürlichen Zahl k wird diejenige Funktion berechnet, die eine reelle Zahl x auf die k-te Partialsumme der Exponentialreihe, d.h. auf $\sum_{i=0}^{k} \frac{x^i}{i!}$, abbildet.

Aufgabe 5-3 **Sequenzen von Basen** (keine Abgabe)

Die Stränge der Doppelhelix der DNS sind aufgebaut aus den vier Basen Adenin, Cytosin, Guanin und Thymin. Mit Hilfe von BNF-Grammatiken können bestimmte Sequenzen von Basen beschrieben werden. Gegeben ist folgende BNF-Grammatik $G = (\Sigma, V, S, P)$ mit

- $\Sigma = \{a, c, g, t\}$
- $V = \{\langle Seq \rangle, \langle M \rangle, \langle N \rangle\}$
- $S = \langle Seq \rangle$
- $P = \{\langle Seq \rangle ::= a\langle M \rangle | t\langle N \rangle | \{g|c\}^*, \langle M \rangle ::= \langle Seq \rangle a, \langle N \rangle ::= \langle Seq \rangle t\}$.

a) Welche der Wörter *aca*, *agag*, *tacgat*, *atggat* liegen in $\mathcal{L}(\langle Seq \rangle)$? Geben Sie gegebenenfalls eine Ableitung an.

b) Welche Sprache wird durch G definiert?

Aufgabe 5-4 **Gleichheit bis auf ϵ** (1 + 2 Punkte)

In SML gibt es keine Basisfunktion für die Gleichheit reeller Zahlen.

a) Schreiben Sie ein SML-Programm *rabs*: **real** $\to$ **real**, das für eine reelle Zahl a den Absolutbetrag $|a|$ von a berechnet.

b) Schreiben Sie unter Verwendung der Funktion *rabs* ein SML-Programm *epseq*: **real** $\rightarrow$ (**real** $\times$ **real**) $\rightarrow$ **bool**, das für eine reelle Zahl $\epsilon > 0$ eine Funktion berechnet, die für zwei reelle Zahlen a und b bestimmt, ob sie „gleich bis auf ϵ“ sind, d. h. ob $|a - b| < \epsilon$ gilt.

Aufgabe 5-5 **Zahldarstellung** (1 + 2 + 2 Punkte)

In dieser Aufgabe sollen Funktionen vom Typ **int** $\rightarrow$ **string** definiert werden, die die Darstellung der Eingabezahl in verschiedenen Zahlensystemen bestimmen.

Ist $p \geq 2$ und das Alphabet $A_p = \{z_0, \ldots, z_{p-1}\}$ gegeben, so heißt die Zeichenreihe $x = x_n x_{n-1} \ldots x_1 x_0$ die *p-adische Zahldarstellung* einer natürlichen Zahl $k \in \mathbb{N}_0$, wenn

$$k = p^n \cdot \mathsf{Z}(x_n) + p^{n-1} \cdot \mathsf{Z}(x_{n-1}) + \cdots + p \cdot \mathsf{Z}(x_1) + \mathsf{Z}(x_0).$$

Hierbei ist $\mathsf{Z} : A_p \rightarrow \mathbb{N}_0$ gegeben durch $\mathsf{Z}(z_i) = i$ für alle $0 \leq i \leq p - 1$.

Für $p = 10$ erhält man so die Dezimaldarstellung, wenn man statt $z_0, \ldots, z_9$ wieder $0, \ldots, 9$ schreibt.

a) Schreiben Sie eine SML-Funktion *ziffer* : **int** $\rightarrow$ **char**, die den Zahlen $0, \ldots, 9$ die Zeichen #"0", ..., #"9" zuordnet. Einer Zahl n mit $10 \leq n \leq 35$ soll der $(n - 9)$-te Buchstabe des Alphabets der Großbuchstaben zugeordnet werden, also $10 \mapsto$ #"A", $11 \mapsto$ #"B" etc.

b) Verwenden Sie die Funktion *ziffer*, um SML-Funktionen *binaer* und *hexadezimal* vom Typ **int** $\rightarrow$ **string** zu schreiben, die zu einer positiven natürlichen Zahl ihre Binärdarstellung (2-adische Darstellung) bzw. ihre Hexadezimaldarstellung (16-adische Darstellung) berechnet.

Das Zeichen z_i soll hierbei für $i \geq 0$ durch *ziffer*(i) dargestellt werden.

c) Verallgemeinern Sie obige Funktionen zu einer Funktion *darst*, die zu einer Zahl p mit $2 \leq p \leq 35$ eine Funktion bestimmt, die zu einer positiven natürlichen Zahl ihre p-adische Darstellung berechnet. (Es soll also *darst(2) = binaer* und *darst(16) = hexadezimal* gelten.)

Aufgabe 5-6 **Nochmal Basen** (3 + 1 Punkte)

Wir betrachten das Alphabet $\Sigma = \{a, c, g, t\}$.

a) Geben Sie eine Grammatik G mit Startsymbol $\langle Str \rangle$ an, für die

$$\mathcal{L}(\langle Str \rangle) = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ enthält keine drei aufeinanderfolgenden Vorkommen von } t\}$$

gilt.

b) Zeigen Sie durch Angabe einer Ableitung, dass *ttatt* in $\mathcal{L}(\langle Str \rangle)$ liegt.

Bitte beachten Sie, dass wir Ihre Lösung nur dann korrigieren und bewerten können, wenn sie als *Textdatei* abgegeben wird. SML-Programme müssen *in lauffähiger Form* abgegeben werden; syntaktisch nicht korrekte Programme werden mit 0 Punkten bewertet. Verwenden Sie die in der Aufgabenstellung angegebenen Namen für Ihre Funktionen.

Abgabe: Dienstag, 19.11.2002, 12:00 Uhr.