

Temporale Logik und Zustandssysteme

Aufgabe B-1 **Allgemeingültige Formeln** (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Formel $\Box A \rightarrow (\Box B \rightarrow \Box(A \wedge B))$ in der Logik LTL allgemeingültig ist.

Aufgabe B-2 **Herleitung dualer Formeln** (5 Punkte)

Geben Sie eine Herleitung des zur Induktionsregel (ind2) von \mathcal{L}_{LTL} dualen Induktionsgesetzes

$$A \rightarrow B, \circ A \rightarrow A \vdash \Diamond A \rightarrow B$$

im System Σ_{LTL} an. Verwenden Sie hierbei lediglich aussagenlogische Schlüsse, d.h. die Regel (prop) sowie das Axiom / die Regel

$$(ltl1) \quad \neg \circ A \leftrightarrow \circ \neg A \qquad (ind2) \quad A \rightarrow B, B \rightarrow \circ B \vdash A \rightarrow \Box B$$

in Ihrer Ableitung.

Aufgabe B-3 **Abschwächung unter \Box** (3 Punkte)

Geben Sie eine Herleitung der Formel

$$\Box(A \wedge B) \rightarrow \Box B$$

im System Σ_{LTL} an. Verwenden Sie hierbei neben den Axiomen und Regeln von Σ_{LTL} nur die Regel (prop).

Aufgabe B-4 **While-Operator** (5 Punkte)

Für zwei Formeln A und B ist die Gültigkeit der Formel A **while** B in einer temporalen Struktur K definiert durch

$$\begin{aligned} K_i(A \text{ while } B) = \text{tt} &\iff K_k(A) = \text{tt} \text{ für alle } k \geq i, \text{ oder} \\ &\text{es gibt } j \geq i \text{ mit } K_j(B) = \text{ff} \text{ und } K_k(A) = \text{tt} \text{ für alle } i \leq k < j. \end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass $(B \rightarrow A \wedge A \text{ unless } \neg B) \rightarrow A \text{ while } B$ allgemeingültig ist.

Aufgabe B-5 **Past-Operatoren** (3 Punkte)

Ist die Formel $(\Diamond A \wedge \Diamond B) \rightarrow \Diamond(A \wedge B)$ der Sprache \mathcal{L}_{LTL}^p allgemeingültig? Begründen Sie Ihre Antwort.