Sei $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \Box, E)$ eine TM. Die binäre Relation $\vdash_M$ auf der Menge der Konfigurationen ist definiert durch

$$a_1 \ldots a_m z b_1 \ldots b_n \vdash_M \begin{cases} a_1 \ldots a_m z' c b_2 \ldots b_n, \\ \qquad \text{falls } \delta(z, b_1) = (z', c, \mathsf{N}), m \geq 0, n \geq 1 \\ a_1 \ldots a_m c z' b_2 \ldots b_n, \\ \qquad \text{falls } \delta(z, b_1) = (z', c, \mathsf{R}), m \geq 0, n \geq 2 \\ a_1 \ldots a_m c z' \Box, \\ \qquad \text{falls } \delta(z, b_1) = (z', c, \mathsf{R}), m \geq 0, n = 1 \\ a_1 \ldots a_{m-1} z' a_m c b_2 \ldots b_n, \\ \qquad \text{falls } \delta(z, b_1) = (z', c, \mathsf{L}), m \geq 1, n \geq 1 \\ z' \Box c b_2 \ldots b_n, \\ \qquad \text{falls } \delta(z, b_1) = (z', c, \mathsf{L}), m = 0, n \geq 1 \end{cases}$$

$(a_1, \ldots, a_m, b_1, \ldots, b_n \in \Gamma, z, z' \in Z)$.

$\vdash_M^*$ sei die reflexive, transitive Hülle von $\vdash_M$.

Bemerkung

Eine TM kann (im Unterschied zu den bisher vorgestellten Automaten) die "Eingabe" verändern (d.h. eine "Ausgabe" errechnen).

Definition. Sei $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \Box, E)$ eine TM. Die Menge

$$\mathcal{L}(M) = \{w \in \Sigma^* \mid \text{es gibt } z \in E,\ \alpha, \beta \in \Gamma^* \text{ mit } z_0 w \vdash_M^* \alpha z \beta\}$$

heißt die ***von M akzeptierte Sprache***.

Satz 1.7.1 Zu jeder TM M gibt es eine Typ-0-Grammatik G mit $\mathcal{L}(G) = \mathcal{L}(M)$.

Bemerkung

Es gilt auch die Umkehrung von Satz 1.7.1: Zu jeder Typ-0-Grammatik G gibt es eine TM M mit $\mathcal{L}(M) = \mathcal{L}(G)$.

Definition. Eine ***nichtdeterministische Turingmaschine*** (***NTM***) ist definiert wie eine TM mit dem Unterschied, dass δ eine Abbildung

$$\delta : Z \times \Gamma \to \mathfrak{P}(Z \times \Gamma \times \{\mathsf{L}, \mathsf{R}, \mathsf{N}\})$$

ist.

Konfigurationen, $\vdash_M$, $\mathcal{L}(M)$ sind für eine NTM M analog definiert wie für TM.

Bemerkung

TMen und NTMen sind gleichmächtig (vgl. DFA/NFA).

Definition. Eine NTM $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \Box, E)$ mit $<, > \in \Gamma$ heißt ***linear beschränkter Automat*** (***LBA***), wenn für alle $z \in Z$ gilt:

- $(z', b, \mathsf{X}) \in \delta(z, <) \implies \mathsf{X} \neq \mathsf{L}$ und $b = <$,
- $(z', b, \mathsf{X}) \in \delta(z, >) \implies \mathsf{X} \neq \mathsf{R}$ und $b = >$.

Die ***von einem LBA M akzeptierte Sprache*** ist

$$\mathcal{L}(M) = \{w \in \Sigma^* \mid \text{es gibt } z \in E,\ \alpha, \beta \in \Gamma^* \text{ mit } <z_0 w> \vdash_M^* \alpha z \beta\}.$$

Es gilt:

Eine Sprache ist genau dann vom Typ 1, wenn sie von einem LBA akzeptiert wird.