

Kapitel 2
Berechenbarkeit

Wortproblem entscheidbar (Komplexität)	(linear)	ja	(linear)	ja	(in Chomsky-Normalform: $O(n^3)$)	ja	ja	(exponentiell)	nein	nein
Abgeschlossen unter	Stern	ja	nein	nein	ja	ja	ja	ja	ja	ja
Darstellung möglich durch	reguläre Grammatik	DFA	NFA	regulärer Ausdruck	DPDA	LR(k)-Grammatik	kontextfreie Grammatik	PDA	kontextsensitive Grammatik	LBA
Sprache	(regulär)	Typ 3	Deterministisch	kontextfrei	Typ 2	(kontextfrei)	Typ 1	(kontextsensitiv)	Typ 0	Typ-0-Grammatik
	NTM	TM	Typ-0-Grammatik	ja	ja	ja	ja	ja	ja	ja

2.1 Programmberechenbarkeit

Thema: Bestimmung und Untersuchung der *algorithmisch (maschinell) lösbaren Probleme*.

Probleme: normiert als Funktionsberechnungsprobleme:

Gegeben $x_1, \dots, x_n$: berechne Funktionswert $z = f(x_1, \dots, x_n)$.

Eine Funktion f ist (intuitiv) berechenbar, wenn es einen Algorithmus gibt, der für alle möglichen Eingaben den Wert von f berechnet.

Beispiele

- $f(n, m) = ggT(n, m)$.
- $f(n) = \begin{cases} 1 & \text{falls Dezimaldarstellung von } \pi \text{ nach dem Komma mit } n \text{ beginnt} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$
- $f(n) = \begin{cases} 1 & \text{falls LBA's und DLBA's gleichmächtig sind} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$
- $f(G, w) = \begin{cases} 1 & \text{falls } w \in \mathcal{L}(G) \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$

Vereinfachende Festlegung

Betrachte Funktionen $f : \mathbb{N}_0^k \rightarrow \mathbb{N}_0$,

$f : (x_1, \dots, x_k) \mapsto f(x_1, \dots, x_k)$.

Spezialfall: $f : \mathbb{N}_0^k \rightarrow \{0, 1\}$ (Prädikate).

Programmiersprache LOOP

$\langle \text{Programm} \rangle ::= \langle \text{Anweisung} \rangle \mid \langle \text{Anweisung}; \langle \text{Programm} \rangle$
 $\langle \text{Anweisung} \rangle ::= \langle \text{Zuweisung} \rangle \mid \langle \text{Schleife} \rangle$
 $\langle \text{Zuweisung} \rangle ::= \langle \text{Variable} \rangle := \langle \text{Ausdruck} \rangle$
 $\langle \text{Ausdruck} \rangle ::= 0 \mid \langle \text{Variable} \rangle \mid \langle \text{Variable} \rangle + 1$
 $\langle \text{Schleife} \rangle ::= \text{loop } \langle \text{Variable} \rangle \text{ do } \langle \text{Programm} \rangle \text{ enddo}$
 $\langle \text{Variable} \rangle ::= x_0 \mid x_1 \mid x_2 \mid x_3 \mid \dots \mid y_0 \mid \dots \mid z_0 \mid \dots$