2. Eine Sprache ist genau dann von einer Typ-0-Grammatik erzeugbar, wenn sie rekursiv aufzählbar ist.

Postsches Korrespondenzproblem (PCP)

Gegeben eine endliche Folge $(x_1, y_1), \ldots, (x_k, y_k)$ mit Wörtern $x_i, y_i \in \Sigma^+$ für ein beliebiges Alphabet Σ.
Entscheide: Gibt es eine Folge $i_1, \ldots, i_n$ $(n \geq 1)$ von Indizes $i_j \in \{1, \ldots, k\}$, so dass

$$x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n} = y_{i_1} y_{i_2} \ldots y_{i_n}.$$

(Die Folge $i_1, \ldots, i_n$ heißt Lösung für das gegebene PCP).

Einige weitere unentscheidbare Probleme für Sprachen

- ***Mehrdeutigkeitsproblem*** für kontextfreie Grammatiken:
  Gegeben kontextfreie Grammatik G.
  Entscheide, ob G mehrdeutig ist.
- ***Schnittproblem*** für kontextfreie Grammatiken (bzw. für deterministische kontextfreie Grammatiken):
  Gegeben (deterministische) kontextfreie Grammatiken G_1, G_2.
  Entscheide, ob $\mathcal{L}(G_1) \cap \mathcal{L}(G_2) = \emptyset$.
- ***Äquivalenzproblem*** für kontextfreie Grammatiken:
  Gegeben kontextfreie Grammatiken G_1, G_2.
  Entscheide, ob $\mathcal{L}(G_1) = \mathcal{L}(G_2)$.

Kapitel 3
Komplexität

3.1 Komplexitätsklassen

Thema:
Untersuchung der ***Effizienz*** von algorithmischen Verfahren (zur Berechnung/Entscheidung lösbarer Probleme)

Grundbegriff:
Komplexität
eines Algorithmus: Berechnungsaufwand des Algorithmus;
eines Problems: Komplexität des effizientesten Algorithmus, der das Problem löst.

Zwei Grundzüge der Komplexitätstheorie:

- ***Spezielle Komplexitätstheorie***: Untersuchung von oberen und unteren Schranken für die Komplexität eines Problems.
- ***Allgemeine Komplexitätstheorie***: Einteilung der Komplexitäten in Klassen; Existenz von Problemen in diesen Klassen; Zusammenhänge zwischen den Klassen; usw.

Arten von Komplexität:

- ***Zeitkomplexität***.
- ***Speicherkomplexität***.

Definition. Die ***Rechenzeitfunktion*** $t_M : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ einer TM M ist gegeben wie folgt:

- Falls M deterministisch:
  $t_M(n) =$ maximale Länge von Rechnungen von M mit Eingaben w mit $|w| = n$.
- Falls M nicht-deterministisch:
  $$t'_M(w) = \begin{cases} \text{minimale Länge aller } w \text{ akzeptierenden Rechnungen,} & \text{falls } w \in \mathcal{L}(M) \\ 0, \quad \text{falls } w \notin \mathcal{L}(M) \end{cases}$$
  $t_M(n) = max\{t'_M(w) \mid |w| = n\}$.