

Übungen zu Einführung in die Informatik IV  
(Prof. Dr. F. Kröger, Dr. P. Kosiuczenko, D. Pattinson)

**Aufgabe 30**

Eine Funktionsdeklaration in SML hat die Form

$$\text{fun } \langle \text{fname} \rangle (\langle \text{param} \rangle, \dots, \langle \text{param} \rangle) = \langle \text{expr} \rangle; .$$

Hier ist  $\langle \text{fname} \rangle$  der Name der Funktion,  $\langle \text{param} \rangle$  ein Parameter und  $\langle \text{expr} \rangle$  ein Ausdruck, der die Funktion definiert.

Geben Sie eine kontextfreie Grammatik  $G$  an, die alle syntaktisch korrekten Funktionsdeklarationen in SML erzeugt. Setzen Sie die Variablen  $\langle \text{fname} \rangle$ ,  $\langle \text{param} \rangle$  und  $\langle \text{expr} \rangle$  und Produktionen, die aus diesen Variablen syntaktisch korrekte Bezeichner bzw. Ausdrücke entwickeln, als gegeben voraus.

**Aufgabe 31**

Es sei  $G$  eine kontextfreie Grammatik in Chomsky-Normalform.

- a) Sei  $w \in \mathcal{L}(G)$  und der Syntaxbaum von  $w$  habe Höhe  $n$ . Zeigen Sie, dass  $|w| \leq 2^{n-1}$ .
- b) Sei  $w \in \mathcal{L}(G)$  mit  $|w| \geq 2^n$ . Zeigen Sie, dass jeder Syntaxbaum von  $w$  mindestens Höhe  $n + 1$  hat.
- c) Folgern Sie aus obigen Teilaufgaben das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen.

**Aufgabe 32**

Betrachten Sie die Grammatik  $G$ , die durch die Regeln

$$\begin{array}{ll} S \rightarrow AB \mid BC & B \rightarrow CC \mid b \\ A \rightarrow BA \mid a & C \rightarrow AB \mid a \end{array}$$

gegeben ist. Entscheiden Sie mit Hilfe des CYK-Algorithmus, ob die folgenden Zeichenreihen Elemente der Sprache  $\mathcal{L}(G)$  sind:

- a)  $w_1 = baaba$
- b)  $w_2 = abbab$

*Bitte wenden!*

**Aufgabe 33** (H, 3 + 3 + 3 Punkte)

Sei  $G = (\{S, T, F\}, \{a, +, *, (\cdot)\}, P, S)$  die kontextfreie Grammatik mit den Produktionen

$$S \rightarrow T \mid S + T$$

$$T \rightarrow F \mid T * F$$

$$F \rightarrow a \mid (S)$$

a) Geben Sie Syntaxbäume für die folgenden Zeichenreihen an:

$$a + (a * a) \quad a + a * a \quad (a + a) * a$$

b) Konstruieren Sie eine Grammatik  $G'$  in Chomsky-Normalform mit  $\mathcal{L}(G') = \mathcal{L}(G)$ .

c) Bestimmen Sie mit Hilfe des CYK-Algorithmus, ob folgende Zeichenreihen in  $\mathcal{L}(G)$  liegen:

$$(a * a + a) * a \quad (a * a + a)a$$

**Aufgabe 34** (H, 3 Punkte)

Entscheiden Sie, ob die Sprachen

$$L_1 = \{a^q \mid q \text{ Quadratzahl}\}$$

$$L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \text{ oder } j \neq k\}$$

kontextfrei sind (mit Beweis).

**Abgabe:** In der Woche vom 18. bis 22. Juni in den Übungen.