FOOSE SoSe 2010

Lösungsvorschlag zu Übungsblatt 3

Aufgabe 1

Behauptung: $T, T' \in S_{\Delta}^{OCL}$
$T \leq T' \Rightarrow [\![T]\!] \subseteq [\![T']\!]$

Beweis durch Induktion über die Definition von ≤ 8 (siehe Kapitel 2, Seite 8)

a)

Sei $T \leq T'$. Wegen
$T \leq \hat{T}, \hat{T} \leq T'$
$\Rightarrow_{I.V.} [\![T]\!] \subseteq [\![\hat{T}]\!]$ und $[\![\hat{T}]\!] \subseteq [\![T']\!]$
$\Rightarrow [\![T]\!] \subseteq [\![T']\!]$

b)

$$[\![\texttt{Integer}]\!] = \mathrm{Z} \cup \{\perp\} \subseteq \mathbb{R} \cup \{\perp\} = [\![\texttt{Real}]\!]$$

c)

Sei $T \in Base^{OCL} \cup Class_\Delta, T \neq OclAny$
$[\![T]\!] \subseteq \bigcup\{[\![S]\!] | S \in Base^{OCL} \cup Class_\Delta, S \neq OclAny\} = [\![OclAny]\!]$
Wenn $T = OclAny$, dann gilt wegen $[\![OclAny]\!] \subseteq [\![OclAny]\!]$ ebenfalls $[\![T]\!] \subseteq [\![T]\!]$

d) und e) ergeben sich direkt aus der Definition der semantischen Bereiche für OCL-Typen (siehe Kapitel 2, Seite 21)

f)

Seien $C, B \in Class_\Delta, C \leq B$ wegen Vererbung im Klassendiagramm.
$[\![C]\!] = \bigcup\{OId_D | D \in Class_\Delta, D \leq C\} \cup \{null, \perp\}$
$[\![B]\!] = \bigcup\{OId_D | D \in Class_\Delta, D \leq B\} \cup \{null, \perp\}$
$\Rightarrow_{C \leq B,\ \text{Trans.}\ \leq} [\![C]\!] \subseteq [\![B]\!]$

g)

Sei $Coll = Set$
Sei $T \in Base^{OCL} \cup Class_\Delta$
Dann gilt (Def.):

$$[\![Set(T)]\!] = \underbrace{\mathcal{F}([\![T]\!]) \cup \bot}_{Sem_{Set}}$$

$$[\![Collection(T)]\!] = \underbrace{\mathcal{F}([\![T]\!]) \cup [\![T]\!]^* \cup \mathcal{B}([\![T]\!]) \cup \bot}_{Sem_{Collection}}$$

$$\Rightarrow Sem_{Set} \subseteq Sem_{Collection}$$

h)

Sei $Coll = Set$
Seien $R, T \in Base^{OCL} \cup Class_\Delta, R \leq T$
Dann gilt:

$$[\![Set(R)]\!] = \underbrace{\mathcal{F}([\![R]\!]) \cup \bot}_{Sem_{SetR}} \text{ (Def.)},$$

$$[\![Set(T)]\!] = \underbrace{\mathcal{F}([\![T]\!]) \cup \bot}_{Sem_{SetT}} \text{ (Def.)},$$

$$[\![R]\!] \subseteq [\![T]\!] \text{ (I.V.)} \Rightarrow Sem_{SetR} \subseteq Sem_{SetT} \Rightarrow [\![Set(R)]\!] \subseteq [\![Set(T)]\!]$$

Aufgabe 2

Zeigen Sie dass gilt:

(a) Für alle x,y $\in$ $[\![\text{Boolean}]\!]$ ist

$[\![\_\text{implies}\_]\!](x,y) = [\![\_\text{or}\_]\!]([\![\text{not}]\!](x), [\![\_\text{and}\_]\!](x,y))$

$$[\![\_\mathit{implies}\_]\!] : [\![\mathit{Boolean}]\!] \times [\![\mathit{Boolean}]\!] \to [\![\mathit{Boolean}]\!]$$

$$[\![\_\mathit{implies}\_]\!](x, y) = \begin{cases} \mathit{true} & \text{falls } x = \mathit{false} \text{ oder } (x = \mathit{true} \text{ und } y = \mathit{true}) \\ \mathit{false} & \text{falls } x = \mathit{true} \text{ und } y = \mathit{false} \\ \perp & \text{sonst} \end{cases}$$

Beweis durch Wahrheitstabelle

X	Y	[_implies_](x,y)	A=[not_](x)	B=[_and_](x,y)	[_or_](A,B)
t	t	t	f	t	t
t	f	f	f	f	f
t	⊥	⊥	f	⊥	⊥
f	t	t	t	f	t
f	f	t	t	f	t
f	⊥	t	t	f	t
⊥	t	⊥	⊥	⊥	⊥
⊥	f	⊥	⊥	f	⊥
⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥

- Da die 3. und die 6. Spalte gleich sind, sind die beiden Ausdrücke äquivalent

(b) Für alle s $\in$ ⟦Collection(OclAny)⟧ und x $\in$ ⟦OclAny⟧ ist ⟦not _⟧ (⟦_->includes(_)⟧ (s,x) = ⟦_->excludes(_)⟧ (s,x)

	[not_]([_->includes(_)](s,x)	[_->excludes(_)](s,x)
$x \in s$, $x \neq \perp$, $s \neq \perp$	F	f
$x \notin s$, $x \neq \perp$, $s \neq \perp$	T	t
$x = \perp$ oder $s = \perp$	$\perp$	$\perp$

Aufgabe 3

Sei Δ ein Klassendiagramm.

Definieren Sie für jedes $T \in \mathit{Base}_\Delta^{\mathrm{OCL}} \cup \mathit{Class}_\Delta^{\mathrm{OCL}}$ eine semantische Funktion

$$[\![\_\texttt{->first()}]\!] : [\![\texttt{Sequence(}T\texttt{)}]\!] \to [\![T]\!]$$

so dass $[\![\_\texttt{->first()}]\!](s)$ das erste Element einer Sequenz $s \in [\![\texttt{Sequence(}T\texttt{)}]\!]$ liefert.

$$\_\texttt{.first():Sequence(T)} \to \texttt{T} \quad \in Std_\Delta^{OCL} \text{ für alle } T \in Base^{OCL} \cup Class_\Delta$$

Lösung:

$$[\![\_\texttt{->first()}]\!](x) = \begin{cases} x_1 & \text{falls } x =< x_1, \ldots, x_n >, n > 0 \\ \perp & \text{falls } x =<> \text{ oder } x = \perp \end{cases}$$

Aufgabe 4

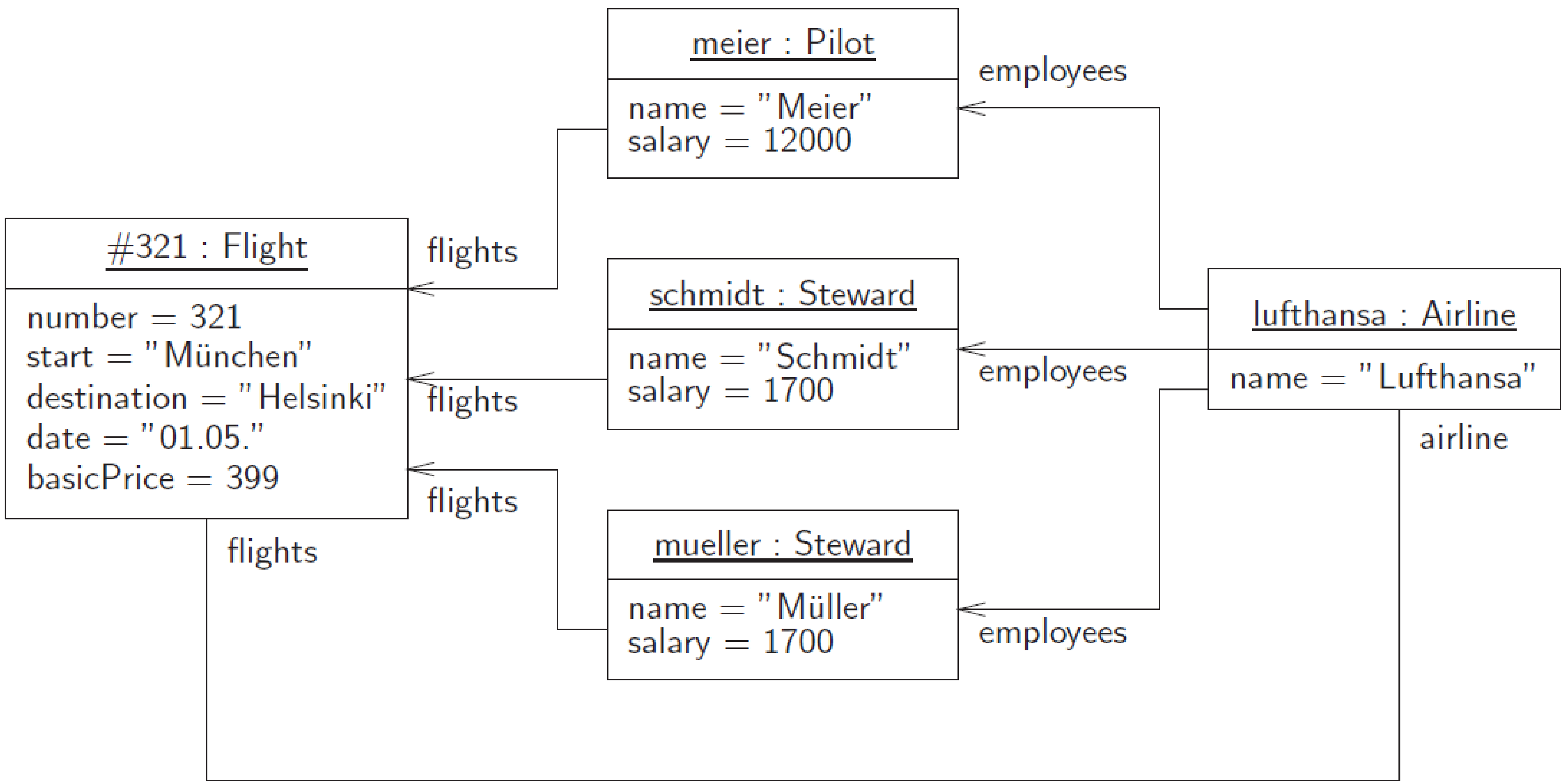

Abbildung 1: Objektdiagramm für Zustand σ^-

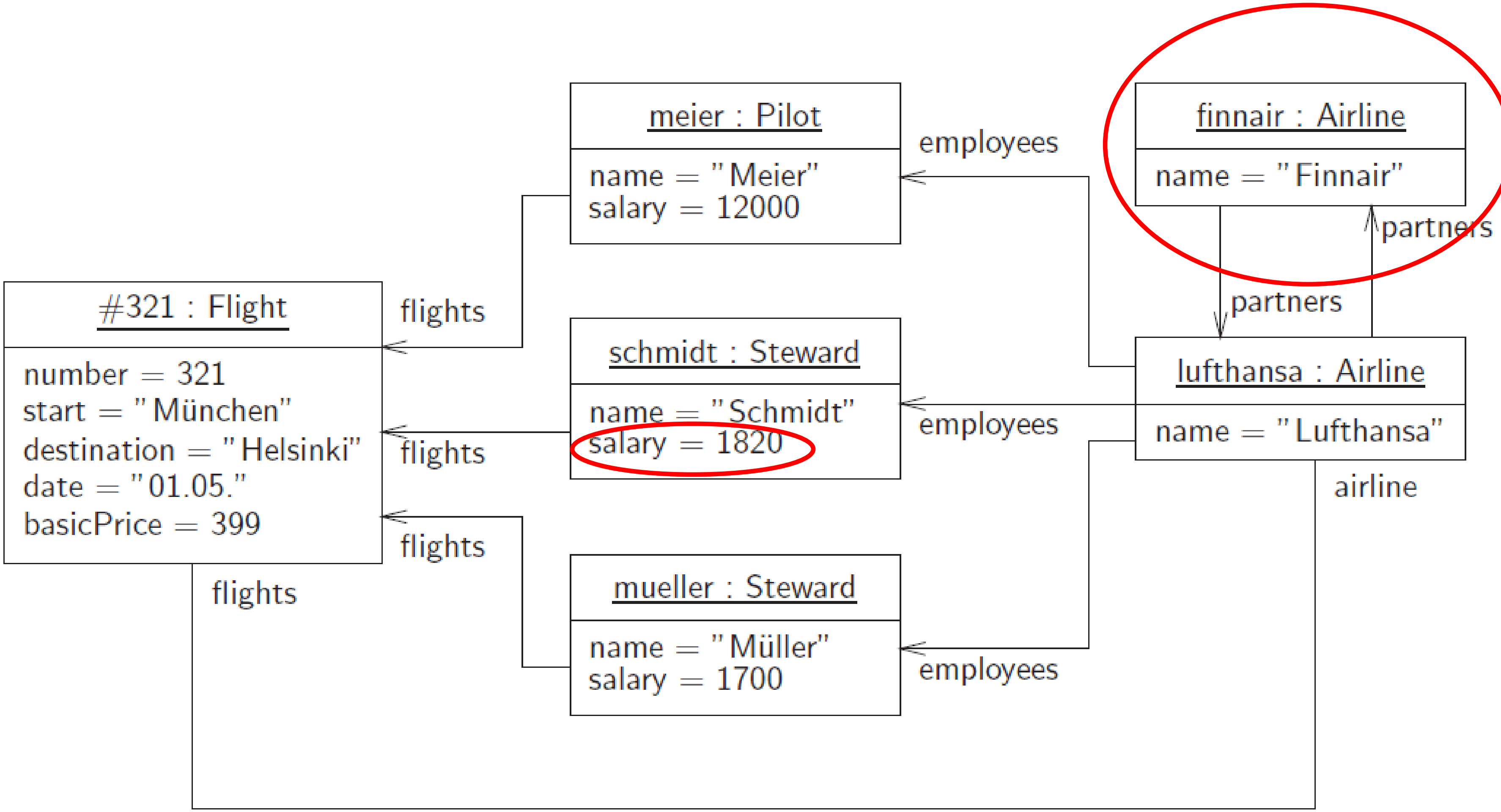

Abbildung 2: Objektdiagramm für Zustand σ

Zustand σ^-

Instanzen

$$
\begin{aligned}
\texttt{Airline}_{\sigma^-} &= \{\texttt{lufthansa}\}\\
\texttt{Person}_{\sigma^-} &= \{\texttt{meier}, \texttt{schmidt}, \texttt{mueller}\}\\
\texttt{Pilot}_{\sigma^-} &= \{\texttt{meier}\}\\
\texttt{Steward}_{\sigma^-} &= \{\texttt{schmidt}, \texttt{mueller}\}\\
\texttt{Flight}_{\sigma^-} &= \{\#321\}
\end{aligned}
$$

Zustand σ^-

<u>Zuordnung von Rechtswerten zu Linkswerten</u>

$$
\begin{aligned}
\texttt{lufthansa.name}_{\sigma^-} &= \texttt{``Lufthansa''} \\
\texttt{lufthansa.partners}_{\sigma^-} &= \emptyset \\
\texttt{lufthansa.employees}_{\sigma^-} &= \{\texttt{meier}, \texttt{schmidt}, \texttt{mueller}\} \\
\texttt{lufthansa.flights}_{\sigma^-} &= \{\#321\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\texttt{meier.name}_{\sigma^-} &= \texttt{``Meier''} \\
\texttt{meier.salary}_{\sigma^-} &= 12000 \\
\texttt{meier.flights}_{\sigma^-} &= \{\#321\}
\end{aligned}
$$

Analog für Objekte schmidt, mueller, #321

Zustand σ

Darstellung als Aktualisierung (Update) von σ^{-}

$$
\begin{aligned}
\sigma = \sigma^{-}[&\texttt{schmidt.salary} \mapsto 1820, \\
&\texttt{finnair} = new_{\texttt{Airline}}, \\
&\texttt{finnair.name} \mapsto \texttt{``Finnair''}, \\
&\texttt{finnair.partners} \mapsto \{\texttt{lufthansa}\}, \\
&\texttt{lufthansa.partners} \mapsto \{\texttt{finnair}\}]
\end{aligned}
$$

Diese Schreibweise ist eine Alternative zu

$$\sigma = \sigma^{-}[\_ \mapsto \_][\_ \mapsto \_]\ldots$$