

## Formale Techniken in der Software-Entwicklung

### Aufgabe 5-1

### Transitionssysteme und Fairness

Hausaufgabe

Sei  $T$  ein Transitionssystem, dass sich aus dem im Folgenden informell beschriebenen Verhalten zweier Prozesse  $P_1, P_2$  und einer Variable  $x \in \mathbb{N}$  ergibt:

- $P_1$  kann mit der Aktion  $\alpha$  den Wert von  $x$  um 1 erhöhen.
- $P_2$  kann, wenn  $x$  einen geraden Wert hat, mit der Aktion  $\beta$  den Wert von  $x$  auf 1 setzen.
- Initial gilt  $x = 0$ .

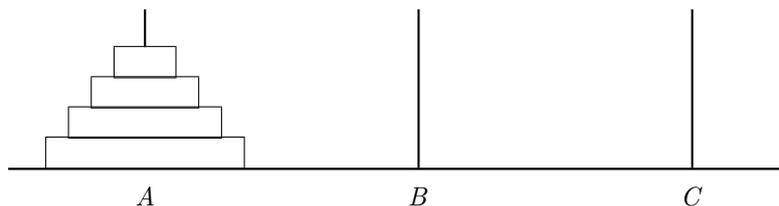
- Illustrieren Sie in einer (endlichen) Zeichnung den Aufbau des Transitionssystems.
- Geben Sie einen Ablauf an, der stark fair bzgl. der Aktionen  $\alpha$  und  $\beta$  ist.
- Geben Sie einen Ablauf an, der schwach fair, aber nicht stark fair bzgl. der Aktionen  $\alpha$  und  $\beta$  ist.
- Zeigen Sie: Jeder Ablauf von  $T$  ist schwach fair bzgl. der Aktionen  $\alpha$  und  $\beta$ .

### Aufgabe 5-2

### Türme von Hanoi

Hausaufgabe

Beim Spiel *Türme von Hanoi* soll ein Turm von  $n$  Scheiben von  $A$  nach  $C$  bewegt werden. In jedem Zug wird die oberste Scheibe eines Turms genommen und oben auf einen anderen Turm gelegt; dabei dürfen nur die Plätze  $A, B$  und  $C$  benutzt werden, und es darf niemals eine größere Scheibe auf eine kleinere zu liegen kommen.



Beschreiben Sie die erlaubten Zugfolgen durch ein Transitionssystem.

Welche der folgenden Eigenschaften (im Kontext des Eisenbahnbeispiels aus der Vorlesung) sind Sicherheits- bzw. Lebendigkeitseigenschaften? Begründen Sie kurz Ihre Antwort.

- a) “Wann immer ein Zug auf der Brücke ist, stehen die Signale auf rot”.

Formal:  $P_1$  ist die Menge aller Zustands-Aktions-Folgen  $s_0 \xrightarrow{A_0} s_1 \dots$ , so dass für alle  $i \in \mathbb{N}$  gilt: Ist  $s_i(\text{train}W) = \text{onbridge}$  oder  $s_i(\text{train}E) = \text{onbridge}$ , so gilt  $s_i(\text{signal}W) = s_i(\text{signal}E) = \text{rot}$ .

- b) “Der Zug  $\text{train}W$  bleibt so lange vor einem roten Signal stehen, bis dieses auf grün schaltet.”

Formal:  $P_2$  ist die Menge aller Zustands-Aktions-Folgen  $s_0 \xrightarrow{A_0} s_1 \dots$ , so dass für alle  $i \in \mathbb{N}$  gilt: Ist  $s_i(\text{train}W) = \text{atsignal}$  und  $s_i(\text{signal}W) = \text{rot}$ , so gibt es ein  $j \geq i$  mit  $s_j(\text{signal}W) = \text{grün}$ , und für alle  $k$  mit  $i \leq k < j$  gilt  $s_k(\text{train}W) = \text{atsignal}$ .

- c) “Der Zug  $\text{train}W$  fährt immer wieder auf die Brücke.”

Formal:  $P_3$  ist die Menge aller Zustands-Aktions-Folgen  $s_0 \xrightarrow{A_0} s_1 \dots$ , so dass für alle  $i \in \mathbb{N}$  ein  $j \geq i$  existiert mit  $s_j(\text{train}W) = \text{onbridge}$ .

- d) “Stehen beide Züge am Signal, so darf  $\text{train}E$  höchstens einmal auf die Brücke, bevor  $\text{train}W$  auf die Brücke fährt.”

Formal:  $P_4$  ist die Menge aller Zustands-Aktions-Folgen  $s_0 \xrightarrow{A_0} s_1 \dots$ , so dass für alle  $i < j < k < l \in \mathbb{N}$  gilt: Ist  $s_i(\text{train}W) = s_i(\text{train}E) = \text{atsignal}$  und gelten  $s_j(\text{train}E) = \text{onbridge}$ ,  $s_k(\text{train}E) \neq \text{onbridge}$  und  $s_l(\text{train}E) = \text{onbridge}$ , so gibt es ein  $m$  mit  $i < m < l$  und  $s_m(\text{train}W) = \text{onbridge}$ .