Suchbäume

Annabelle Klarl

Zentralübung zur Vorlesung
„Einführung in die Informatik: Programmierung und Softwareentwicklung“

`http://www.pst.ifi.lmu.de/Lehre/wise-13-14/infoeinf`

Action required now

1. Smartphone: installiere die App "socrative student" **oder**
   Laptop: öffne im Browser m.socrative.com

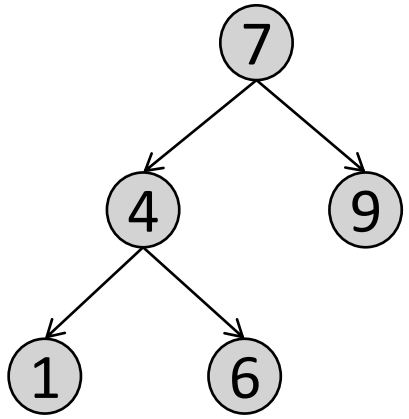
2. Betrete den Raum **16485 16485**.

3. Beantworte die erste Frage sofort!

Bäume

Ein Baum besteht aus Knoten, die durch Kanten miteinander verbunden sind.

Spezialfall:
Ein Binärbaum ist ein Baum, in dem jeder Knoten max. zwei Kindknoten hat.

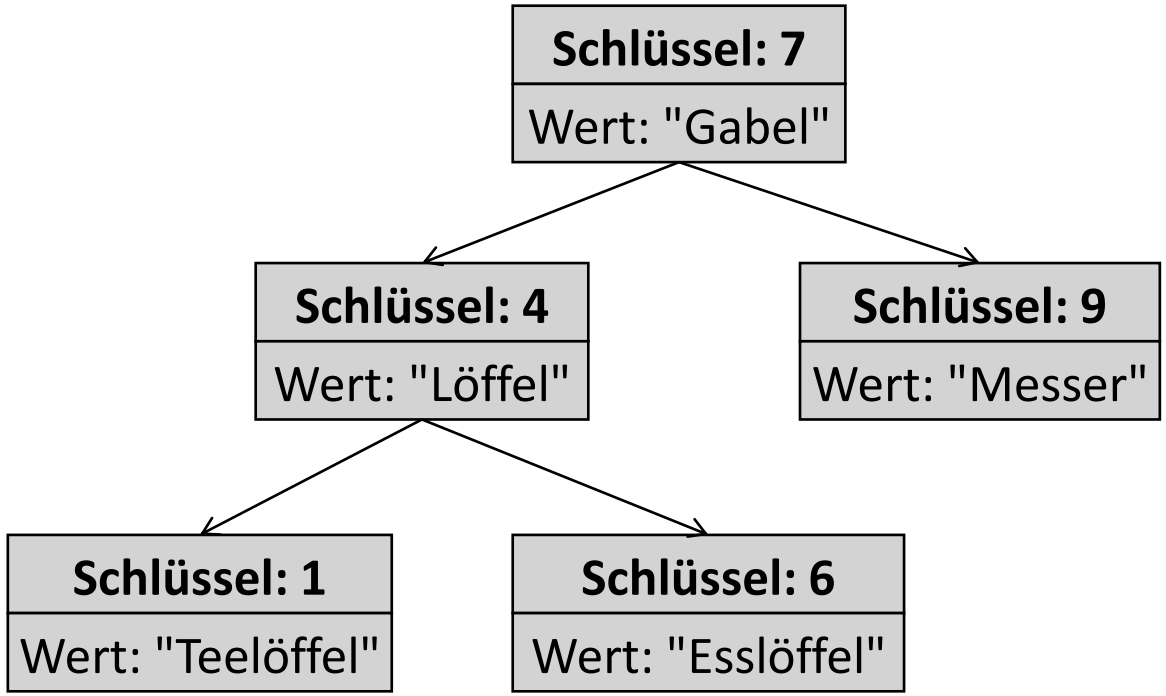


Im Vergleich zu verketteten Listen:

- verkettete Liste: max. **ein** Nachfolger
- Baum: **mehrere** Nachfolger

Datenspeicherung in Bäumen

In den Knoten eines Baumes können je nach Anwendung verschiedene Daten gespeichert werden.



Binäre Suchbäume

Ein Binärbaum `b` heißt **geordnet**, wenn

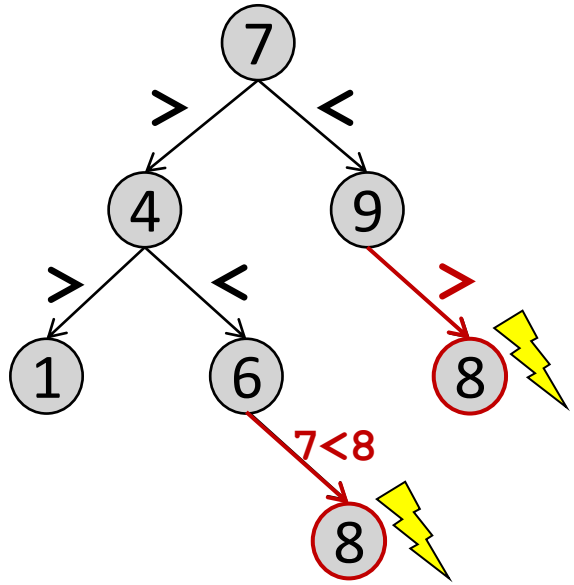
- `b` der leere Baum ist, oder
- es gilt für alle Teilbäume `t` von `b` (auch `b` selbst):
  Der Schlüssel der Wurzel von `t` ist
  - **größer** als alle Schlüssel im **linken** Teilbaum
  - **kleiner** als alle Schlüssel im **rechten** Teilbaum

Ein geordneter Binärbaum heißt binärer Suchbaum.

Binäre Suchbäume

Ein Binärbaum `b` heißt **geordnet**, wenn

- `b` der leere Baum ist, oder
- es gilt für alle Teilbäume `t` von `b` (auch `b` selbst):
  Der Schlüssel der Wurzel von `t` ist
  - **größer** als alle Schlüssel im **linken** Teilbaum
  - **kleiner** als alle Schlüssel im **rechten** Teilbaum



socrative
Raum: 16485 16485

Wo darf die Zahl 8 im Baum eingehängt werden?

a) an beiden Positionen
b) an der linken, aber nicht der rechten Position
c) an der rechten, aber nicht der linken Position
d) an beiden Positionen nicht

Aufgabe

Das Institut für Informatik möchte für alle Büroräume abspeichern, welcher Mitarbeiter dort arbeitet.

- Die Büroräume sind durchnummeriert.
- In jedem Büroraum sitzt nur ein Mitarbeiter.

Implementieren Sie eine Datenstruktur, die das Einfügen eines neuen Eintrags als auch die Suche nach einem Eintrag möglichst schnell verarbeiten kann.

Aufgabe: zu speichernde Daten

Das Institut für Informatik möchte für alle Büroräume abspeichern, welcher Mitarbeiter dort arbeitet.

- Die Büroräume sind durchnummeriert.
- In jedem Büroraum sitzt nur ein Mitarbeiter.

D.h. wir brauchen eine Datenstruktur, die die **Zimmernummern** zusammen mit dem jeweiligen **Mitarbeiter** abspeichert.

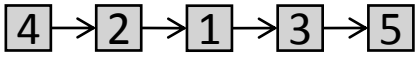
Zimmernummer: 006
Mitarbeiter: "Klarl"

Aufgabe: Datenstrukturen (I)

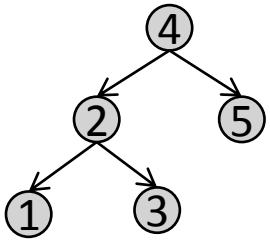
Einfüge-Operation in verschieden Datenstrukturen: 6

Array

verkettete Liste



binärer Suchbaum



socrative
Raum: 16485 16485

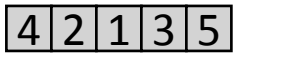
In welcher Datenstruktur ist die Einfügeoperation am schnellsten?

a) Array
b) verkettete Liste
c) binärer Suchbaum

Aufgabe: Datenstrukturen (II)

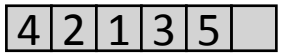
Einfüge-Operation in verschieden Datenstrukturen: 6

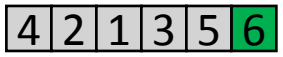
Array



Erzeugen eines neuen Arrays: **O(n)**

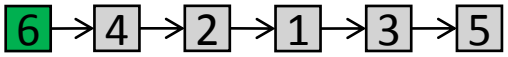
Kopieren der alten Werte: **O(n)**



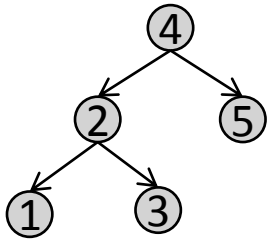


verkettete Liste

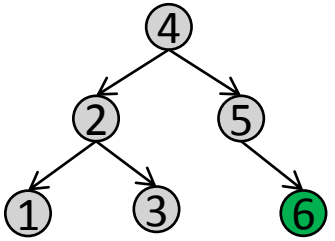
Vorne-Anhängen des neuen Werts: **O(1)**



binärer Suchbaum



Richtig-Einsortieren des neuen Werts: **O(log n)**

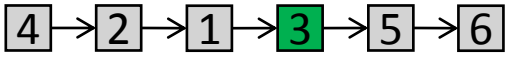


Aufgabe: Datenstrukturen (III)

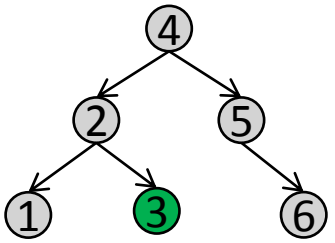
Element-Zugriff in verschieden Datenstrukturen: 3

Array

verkettete Liste



binärer Suchbaum



socrative
Raum: 16485 16485

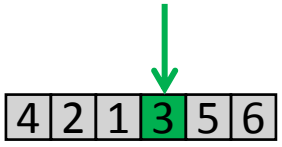
In welcher Datenstruktur ist der Elementzugriff am schnellsten?

a) Array
b) verkettete Liste
c) binärer Suchbaum

Aufgabe: Datenstrukturen (IV)

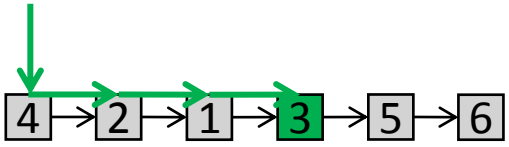
Element-Zugriff in verschieden Datenstrukturen: 3

Array



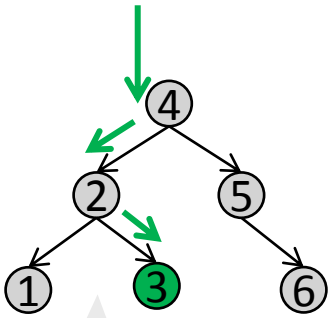
Direkter Zugriff: **O(1)**

verkettete Liste



Durchlaufen der kompletten Liste (worst-case): **O(n)**

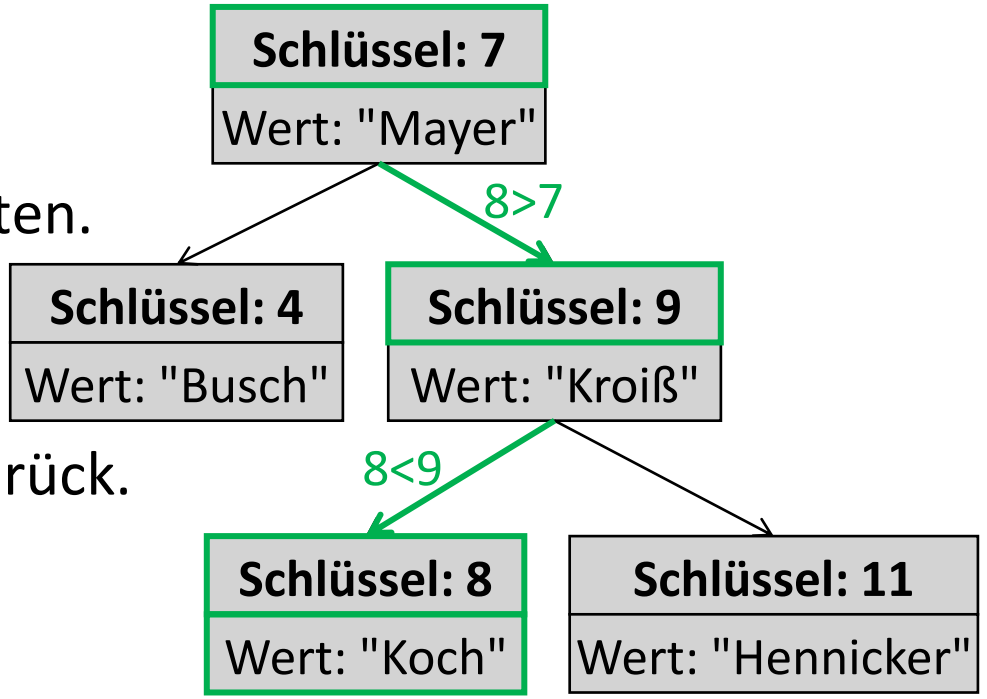
binärer Suchbaum



Binäre Suche im Baum (average-case): **O(log n)**

Suche im binären Suchbaum: Suche Zimmer 8

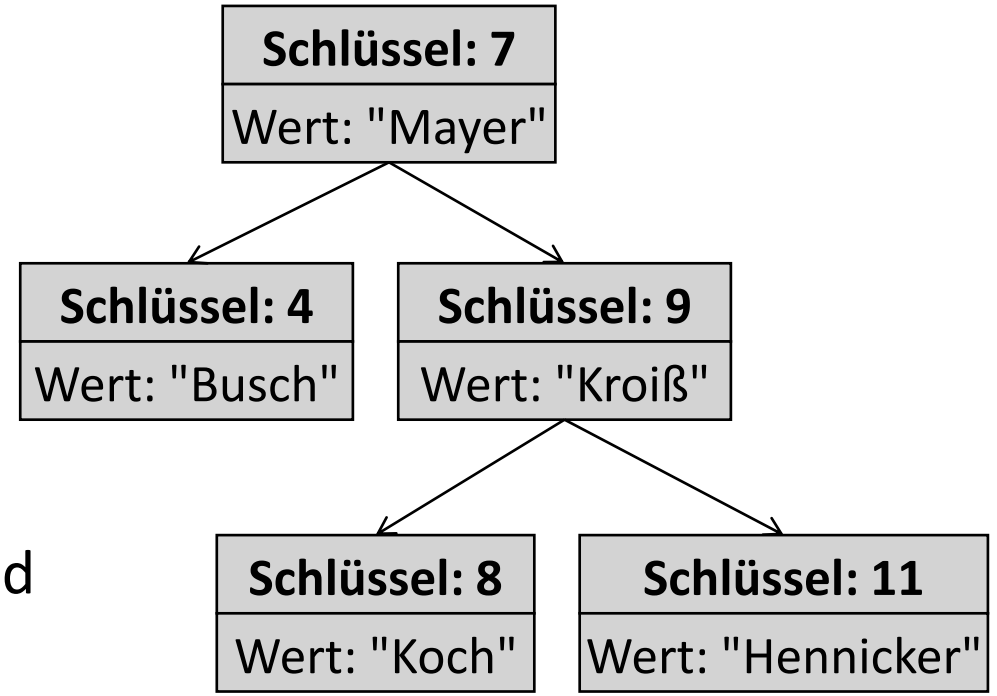
1. Vergleiche 8 mit dem Schlüssel der Wurzel.
2. Da 8>7, gehe zum rechten Kindknoten.
3. Vergleiche 8 mit dem Schlüssel des rechten Kindknoten.
4. Da 8<9, gehe zum linken Kindknoten.
5. Vergleiche 8 mit dem Schlüssel des linken (zweiten) Kindknoten.
6. Da 8==8, gebe Ergebnis "Koch" zurück.



Suche im binären Suchbaum: Allgemein

Vergleiche den gesuchten Schlüssel $k_{gesucht}$
mit dem Schlüssel k_{akt} des aktuellen Knotens

1. Falls $k_{gesucht} == k_{akt}$,
   gib den zugehörigen Wert aus.
2. Falls $k_{gesucht} < k_{akt}$,
   gehe zum linken Kindknoten und
   wiederhole die Suche dort.
3. Falls $k_{gesucht} > k_{akt}$,
   gehe zum rechten Kindknoten und
   wiederhole die Suche dort.



Suche im binären Suchbaum: Java (I)

```
public class Node {
   ...
   public Object findElement(int keyGesucht) {
      if (keyGesucht == this.key) return this.value;

      else if (keyGesucht < this.key) {



            return this.left.findElement(keyGesucht);
      }

      else {



            return this.right.findElement(keyGesucht);
}}}
```

1. Falls $k_{gesucht} == k_{akt}$, gib den zugehörigen Wert aus.
2. Falls $k_{gesucht} < k_{akt}$, gehe zum linken Kindknoten und wiederhole die Suche dort.
3. Falls $k_{gesucht} > k_{akt}$, gehe zum rechten Kindknoten und wiederhole die Suche dort.

Suche im binären Suchbaum: Java (I)

socrative
Raum: 16485 16485

```
public class Node {
   ...
   public Object findElement(int keyGe
      if (keyGesucht == this.key) retur

      else if (keyGesucht < this.key)
         if (this.left == null)

         else
            return this.left.findElement
      }

      else {
         if (this.right == null)

         else
            return this.right.findElement
}}}
```

Was bedeutet es,
wenn `this.left == null`
oder `this.right == null` gilt?

a) Dieser Fall kann bei einer Suche nie eintreten und kann miss-achtet werden.
b) Die Suche hat den falschen Ast des Baums durchsucht.
c) Das gesuchte Element kommt nicht im Baum vor.

Suche im binären Suchbaum: Java (I)

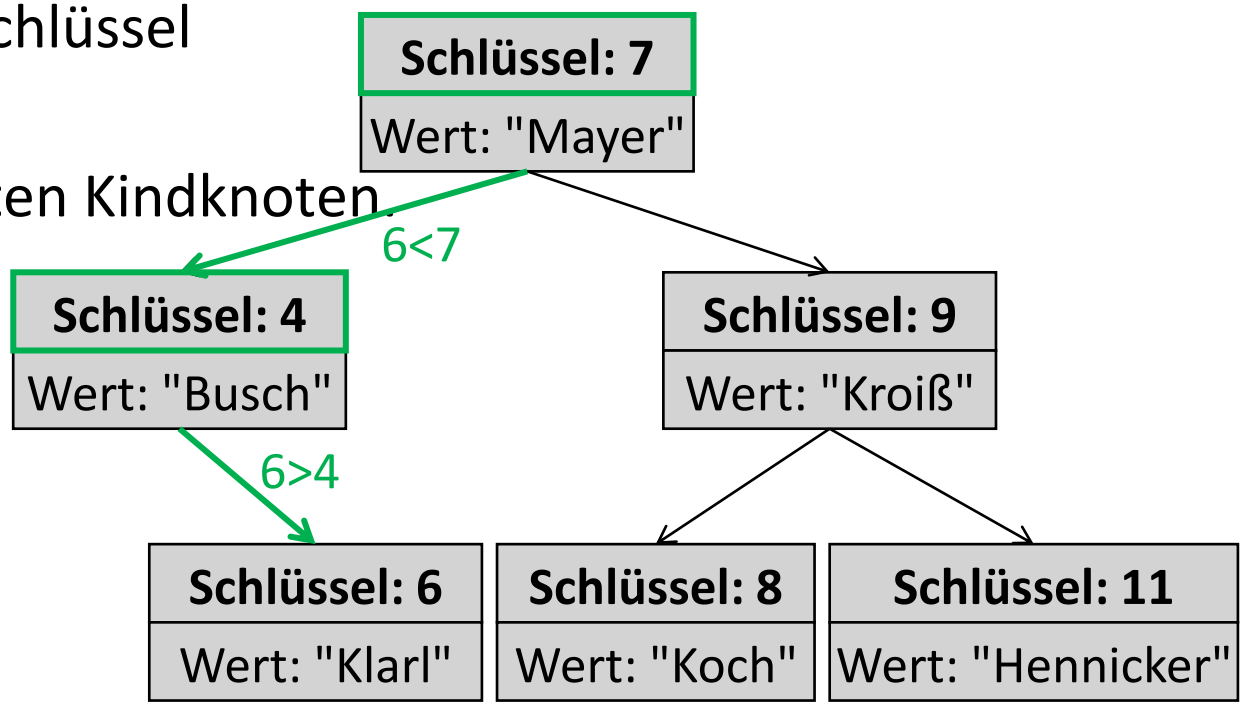
```
public class Node {
  ...
  public Object findElement(int keyGesucht) throws NoSuchElementException{
    if (keyGesucht == this.key) return this.value;

    else if (keyGesucht < this.key) {
      if (this.left == null)
        throw new NoSuchElementException();
      else
        return this.left.findElement(keyGesucht);
    }

    else {
      if (this.right == null)
        throw new NoSuchElementException();
      else
        return this.right.findElement(keyGesucht);
}}}
```

Suche im binären Suchbaum: Java (II)

```
public class BinTree {
   ...
   public Object findElement(int keyGesucht) {
      if (this.root == null) throw new NoSuchElementException();
      else return this.root.findElement(keyGesucht);
   }
}
```

Einfügen im binären Suchbaum: Füge Zimmer 6 ein

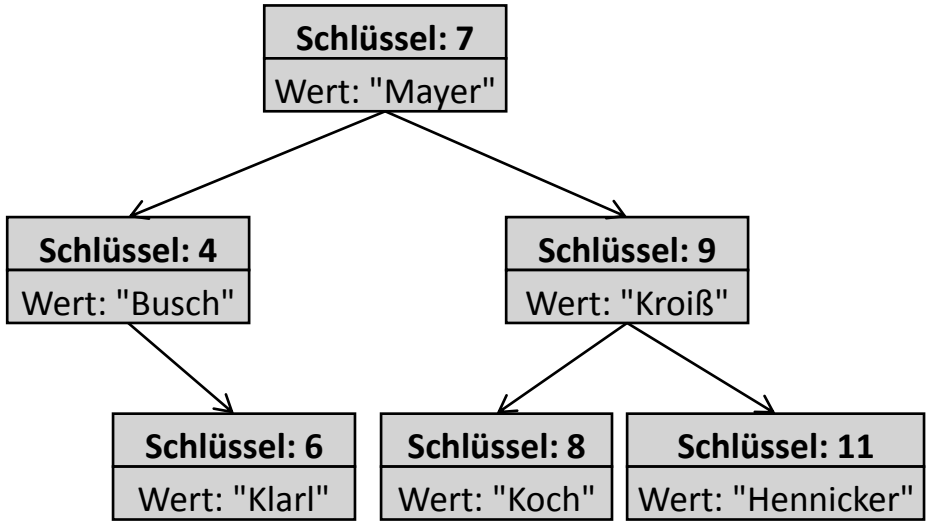
1. Vergleiche 6 mit dem Schlüssel der Wurzel.
2. Da 6<7, gehe zum linken Kindknoten.
3. Vergleiche 6 mit dem Schlüssel des linken Kindknoten.
4. Da 6>4, gehe zum rechten Kindknoten.
5. Da der rechte Kindknoten leer ist, füge einen neuen Kindnoten ein.



Einfügen im binären Suchbaum: Allgemein

Vergleiche den einzufügenden Schlüssel $k_{einfuegen}$ mit dem Schlüssel k_{akt}

1. Falls $k_{einfuegen} == k_{akt}$,
   überschreibe den bisherigen Wert.
2. Falls $k_{einfuegen} < k_{akt}$,
   gehe zum linken Kindknoten:
   a. Falls der linke Kindknoten leer ist, füge dort einen neuen Knoten ein.
   b. Ansonsten wiederhole die Suche dort.



3. Falls $k_{einfuegen} > k_{akt}$, gehe zum rechten Kindknoten:
   a. Falls der rechte Kindknoten leer ist, füge dort einen neuen Knoten ein.
   b. Ansonsten wiederhole die Suche dort.

Einfügen im binären Suchbaum: Java (I)

```
public class Node {
   ...
   public void insert(int keyEinfuegen, Object value)
      if (keyEinfuegen == this.key) this.value = value;
      else if (keyEinfuegen < this.key) {
         if (this.left == null) this.left = new Node(keyEinfuegen, value);
         else this.left.insert(keyEinfuegen, value);
      }


      else {
         if (this.right == null) this.right = new Node(keyEinfuegen, value);
         else this.right.insert(keyEinfuegen, value);
      }
}}
```

1. Falls $k_{einfuegen} == k_{akt}$, überschreibe den bisherigen Wert.
2. Falls $k_{einfuegen} < k_{akt}$, gehe zum linken Kindknoten:
   a. Falls der linke Kindknoten leer ist, füge dort einen neuen Knoten ein.
   b. Ansonsten wiederhole die Suche dort.
3. Falls $k_{einfuegen} > k_{akt}$, gehe zum rechten Kindknoten:
   a. Falls der rechte Kindknoten leer ist, füge dort einen neuen Knoten ein.
   b. Ansonsten wiederhole die Suche dort.

Einfügen im binären Suchbaum: Java (II)

```
public class BinTree {
  ...
  public void insert(int key, Object value) {
    if (this.root == null) this.root = new Node(key, value);
    else this.root.insert(key, value);
  }
```